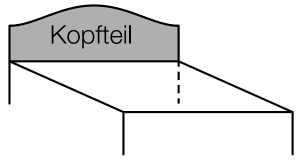
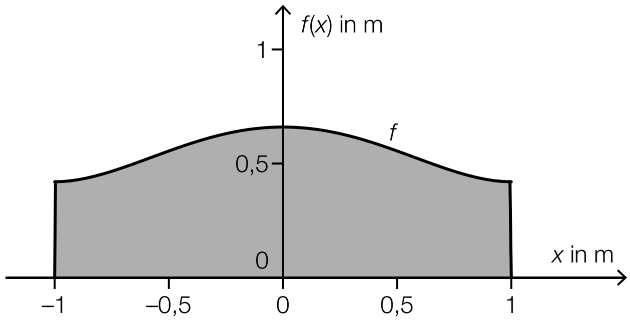
Zirbenholzbetten



Ein Unternehmen stellt Betten aus Zirbenholz mit einem Kopfteil her.

a) Die nachstehende Abbildung zeigt ein Modell des Kopfteils eines Bettes. Die obere Begrenzungslinie kann näherungsweise durch die Funktion f beschrieben werden.



$f(x) = 0{,}24 \cdot x^4 - 0{,}48 \cdot x^2 + 0{,}66$ mit $-1 \leq x \leq 1$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

1) Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche. *[0/1 P.]*

Das Kopfteil wird aus einer 50 mm dicken Platte aus Zirbenholz angefertigt. Die Dichte des verwendeten Holzes beträgt $\varrho = 400$ kg/m³.
Die Masse m ist das Produkt aus Dichte ϱ und Volumen V, also $m = \varrho \cdot V$.

2) Berechnen Sie die Masse m des Kopfteils. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an. *[0/1 P.]*

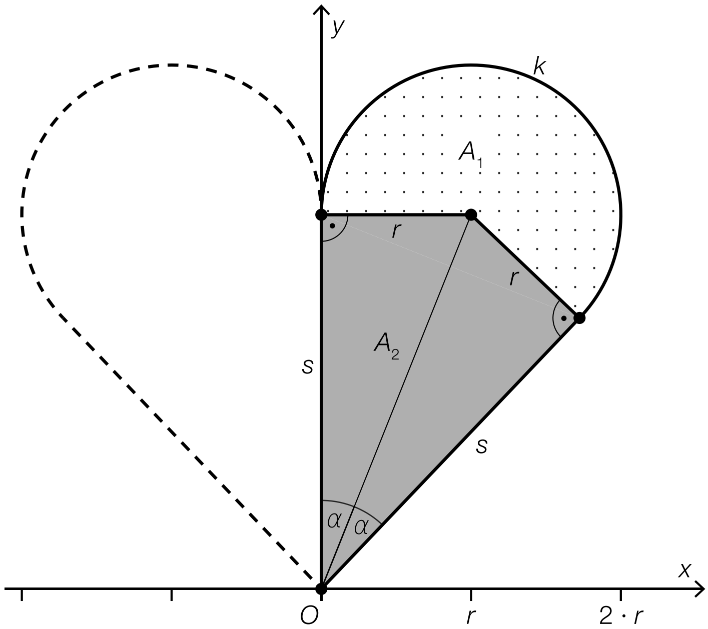
b) Zur Modellierung der oberen Begrenzungslinie eines anderen Kopfteils wird eine Funktion g verwendet.

$g(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$

x, $g(x)$ ... Koordinaten in m

1) Argumentieren Sie anhand der Funktionsgleichung, dass gilt: $g(x) = g(-x)$. *[0/1 P.]*

c) In der Mitte des Kopfteils wird ein Stück in Form eines Herzens ausgefräst. Eine Hälfte der Begrenzungslinie des Herzens wird durch eine Kurve beschrieben, die aus dem Kreisbogen k und der daran anschließenden Strecke s besteht (siehe nachstehende Abbildung).



1) Begründen Sie, warum k nicht als Graph einer Funktion mit dem Definitionsbereich $[0; 2 \cdot r]$ aufgefasst werden kann. *[0/1 P.]*

Die Fläche der halben Herzform kann in einen Kreissektor und ein Viereck unterteilt werden.

Für den Flächeninhalt dieses Kreissektors gilt:

$$A_1 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\beta}{360°}$$

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel β. *[0/1 P.]*

3) Kreuzen Sie diejenige Formel an, mit der man den Flächeninhalt A_2 des grau markierten Vierecks berechnen kann. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

$A_2 = r^2 \cdot \cos(\alpha)$	☐
$A_2 = r^2 \cdot \tan(\alpha)$	☐
$A_2 = \frac{r^2}{\tan(\alpha)}$	☐
$A_2 = r^2 \cdot \sin(\alpha)$	☐
$A_2 = \frac{r^2}{\sin(\alpha)}$	☐

Möglicher Lösungsweg

a1) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 1{,}096$

Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt 1,096 m^2.

a2) $m = 400 \cdot 1{,}096 \cdot 0{,}05 = 21{,}92$

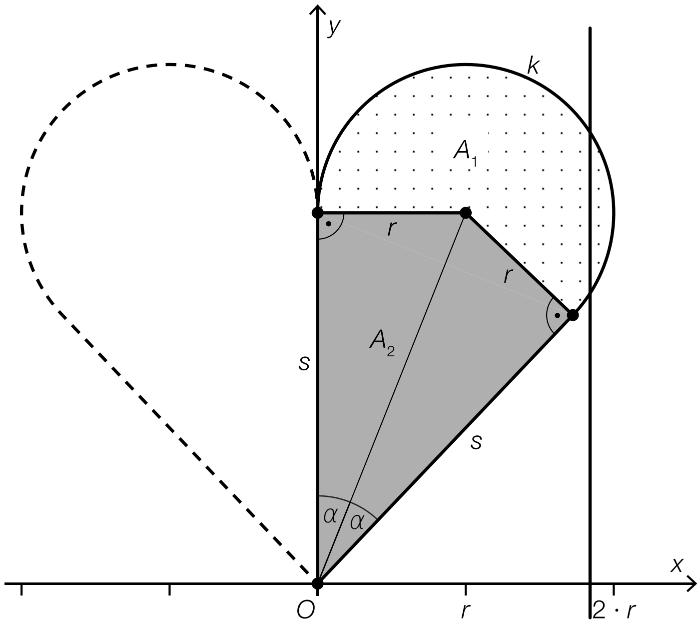
Die Masse des Kopfteils beträgt 21,92 kg.

a1) Ein Punkt für das richtige Berechnen des Inhalts der grau markierten Fläche.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Masse unter Angabe der zugehörigen Einheit.

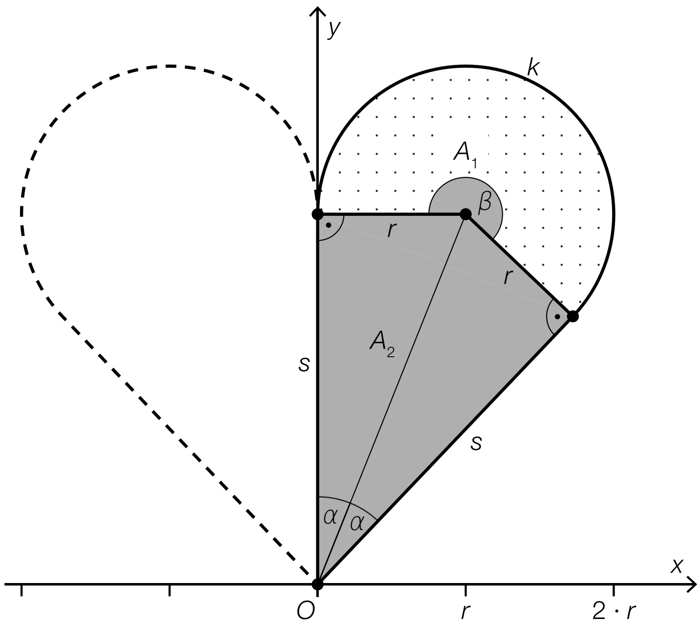
b1) Die Funktion g ist eine Polynomfunktion, in der nur Potenzen von x mit geradzahligen Exponenten auftreten.

b1) Ein Punkt für das richtige Argumentieren.

c1) Die Kurve k stellt keine eindeutige Zuordnung dar; beispielsweise gibt es an der eingezeichneten Stelle zwei Kurvenpunkte.



c2)



c3)

$A_2 = \dfrac{r^2}{\tan(\alpha)}$	☒

c1) Ein Punkt für das richtige Begründen.
c2) Ein Punkt für das Kennzeichnen des richtigen Winkels β.
c3) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.