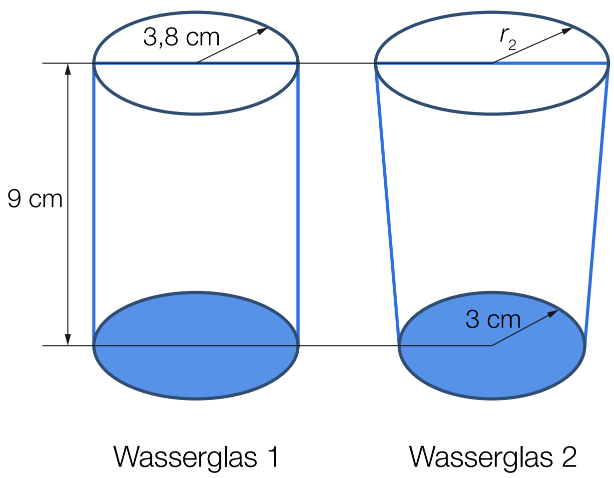
Wassergläser

Aufgabennummer: A_084

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

In der nachstehenden Skizze sind die inneren Formen von zwei verschiedenen Wassergläsern mit gleicher Höhe und gleichem Volumen abgebildet.



$V_1 = 3{,}8^2 \cdot 9 \cdot \pi$ $\quad V_2 = 3 \cdot \pi \cdot (r_2^2 + 3 \cdot r_2 + 9)$

V_1, V_2 … Volumen des Wasserglases 1 bzw. 2 in cm^3

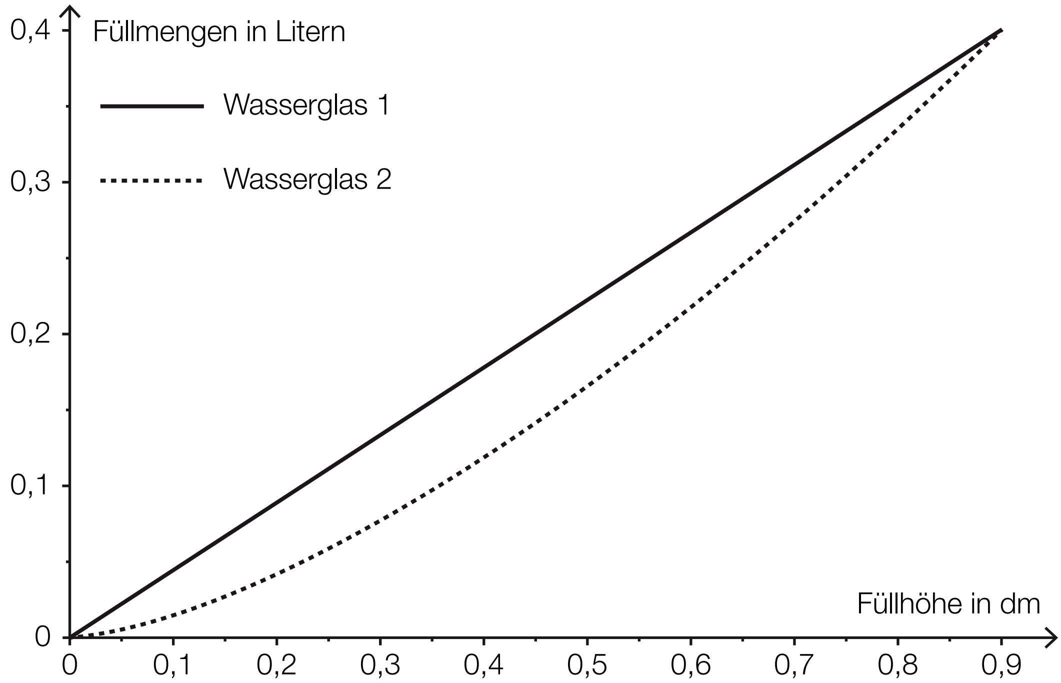
a) Das Wasserglas 1 wird durch einen konstanten Zufluss von 40 Millilitern pro Sekunde (ml/s) gefüllt.

Die Funktion h beschreibt die Flüssigkeitshöhe (in cm) in Abhängigkeit von der Füllzeit (in s).

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion h auf.
– Bestimmen Sie die in diesem Sachzusammenhang größtmögliche Definitionsmenge dieser Funktion.

b) – Berechnen Sie den Radius r_2 von Wasserglas 2.

c) In der nachstehenden Grafik ist für jedes der beiden Wassergläser die Füllmenge in Abhängigkeit von der Füllhöhe dargestellt.



– Begründen Sie, warum der durchgezogene Funktionsgraph dem Wasserglas 1 zugeordnet werden kann.
– Bestimmen Sie die Füllmengendifferenz von Wasserglas 1 und Wasserglas 2 bei einer Füllhöhe von 0,3 dm.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Füllmenge pro Sekunde: 40 ml = 40 cm³

$\pi \cdot 3{,}8^2 \cdot h = 40 \quad \Rightarrow \quad h = \frac{40}{\pi \cdot 3{,}8^2}$

t ... Zeit in s
$h(t)$ ... Füllhöhe zur Zeit t in cm

$h(t) = \frac{40}{\pi \cdot 3{,}8^2} \cdot t$
$h(t) = 0{,}8817... \cdot t$

maximale Höhe = 9 cm
maximale Füllzeit:
$9 = 0{,}8817 \cdot t$
$t = 10{,}2...$
Definitionsbereich: $0 \leq t \leq 10{,}2...$

b) Wasserglas 1 und Wasserglas 2 haben gleiche Volumina:
$V_{\text{Wasserglas 1}} = V_{\text{Wasserglas 2}}$
$3{,}8^2 \cdot 9 \cdot \pi = 3 \cdot \pi \cdot (r_2^2 + 3 \cdot r_2 + 9) \quad \Rightarrow \quad r_2 = 4{,}547... \quad (\text{oder } r_2 = -7{,}547...)$
$r_2 \approx 4{,}55$ cm

c) Das Wasserglas 1 hat die Form eines Drehzylinders.
Volumen eines Drehzylinders in Abhängigkeit von der Höhe: $V(h) = r^2 \cdot \pi \cdot h$
Der funktionale Zusammenhang zwischen der Füllmenge und der Füllhöhe ist linear mit dem Ordinatenabschnitt 0 und der Steigung $r^2 \cdot \pi$. Der durchgezogene Funktionsgraph hat genau diese Eigenschaften.

Füllmengendifferenz:
Füllmenge Wasserglas 1: 0,13 L
Füllmenge Wasserglas 2: 0,075 L
Toleranzbereich beim Ablesen: ±0,02 L
$0{,}13 - 0{,}075 = 0{,}055$
Füllmengendifferenz: 0,055 L

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 2 Algebra und Geometrie
c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) A Modellieren und Transferieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

a) schwer
b) mittel
c) mittel

Punkteanzahl:

a) 2
b) 1
c) 2

Thema: Alltag

Quellen: –