Traktoren-Steuerung

Aufgabennummer: B_183

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Ein Großunternehmen hat eine spezielle GPS-unterstützte Steuerung für Traktoren entwickelt und verkauft diese direkt.

a) Für die Produktion von Ersatzteilen der Steuerung sind die Kostenfunktion K und die Erlösfunktion E bekannt:

$K(x) = 0{,}001 \cdot x^3 - 0{,}03 \cdot x^2 + x + 70\,000$

$E(x) = -5 \cdot x^2 + 3\,000 \cdot x$

x … Anzahl produzierter bzw. verkaufter Stück
$K(x)$ … Gesamtkosten bei x produzierten Stück in Euro
$E(x)$ … Erlös bei x verkauften Stück in Euro

– Berechnen Sie diejenige Anzahl von Ersatzteilen, bei der der maximale Gewinn erzielt wird.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Preis-Absatz-Funktion p.

– Beschreiben Sie, wie man unter Verwendung der gegebenen Kosten- und Erlösfunktion den Cournot'schen Punkt ermitteln kann.

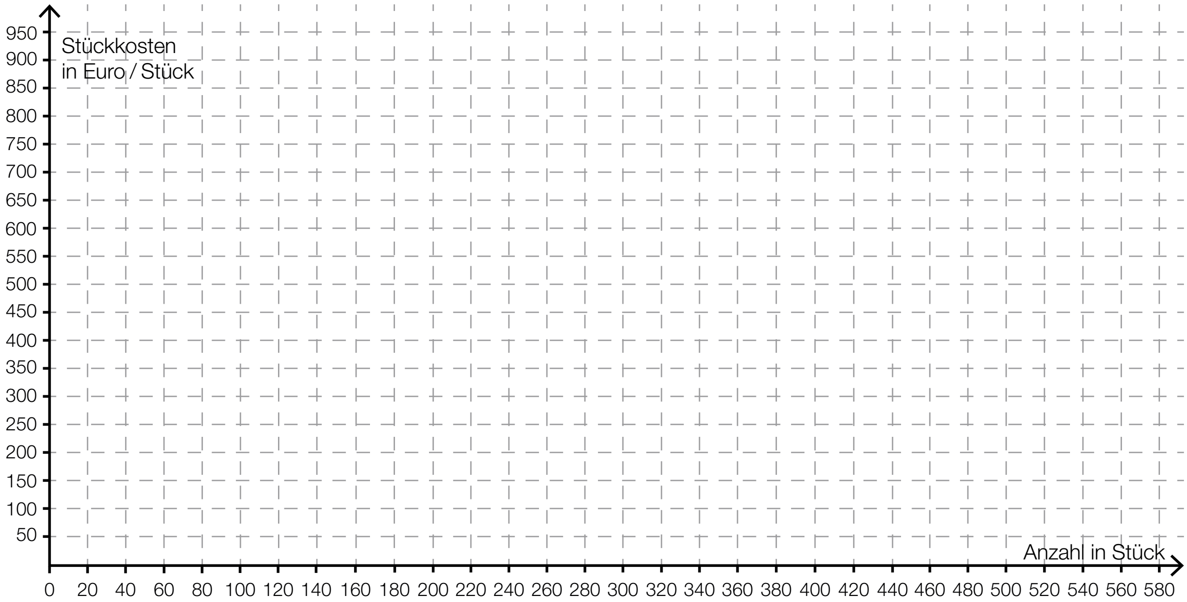
Der Cournot'sche Punkt befindet sich bei $(x_C|1\,610)$.

– Interpretieren Sie die Koordinaten des Cournot'schen Punktes im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Für die Produktion von Ersatzteilen der Steuerung werden die Stückkosten durch die folgende Funktion $\overline{K}$ beschrieben:

$$\overline{K}(x) = 0{,}001 \cdot x^2 - 0{,}03 \cdot x + 1 + \frac{70\,000}{x}$$

x … Anzahl produzierter Stück
$\overline{K}(x)$ … Stückkosten bei x produzierten Stück in Euro/Stück



– Zeichnen Sie den Graphen der Stückkostenfunktion in das obige Koordinatensystem ein.

– Markieren Sie in der obigen Abbildung das Betriebsoptimum.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $G(x) = -0{,}001 \cdot x^3 - 4{,}97 \cdot x^2 + 2\,999 \cdot x - 70\,000$

$G'(x) = -0{,}003 \cdot x^2 - 9{,}94 \cdot x + 2\,999$

$G'(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = 278{,}3\ldots$

Das Gewinnmaximum liegt bei 278 Stück.

$p(x) = -5 \cdot x + 3\,000$

Ermittlung der Gewinnfunktion G als Differenz von Erlös- und Kostenfunktion:
$G(x) = E(x) - K(x)$

Berechnung der Maximumstelle x_C von G:
Lösen der Gleichung $G(x_C) = 0$ (wobei $G'(x_C) < 0$ gelten muss)

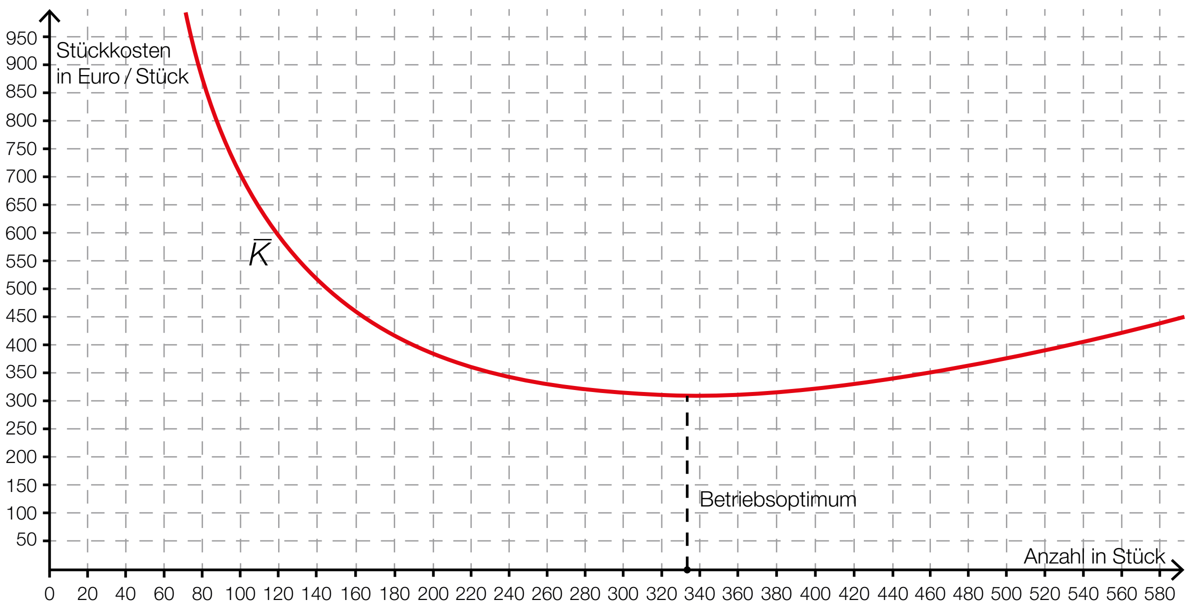
x_C ist die x-Koordinate des Cournot'schen Punktes.

Ermittlung der Preis-Absatz-Funktion p aus der Erlösfunktion: $p(x) = \dfrac{E(x)}{x}$

Der Funktionswert $p(x_C)$ ist die y-Koordinate des Cournot'schen Punktes.

Der maximale Gewinn wird bei Produktion und Verkauf von x_C Stück zum Preis von € 1.610 pro Stück erzielt.

b)



Toleranzbereich für das Einzeichnen des Betriebsoptimums: [310; 350]

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 4 Analysis
b) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz, A Modellieren und Transferieren
b) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) leicht

Punkteanzahl:

a) 4
b) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: –