Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

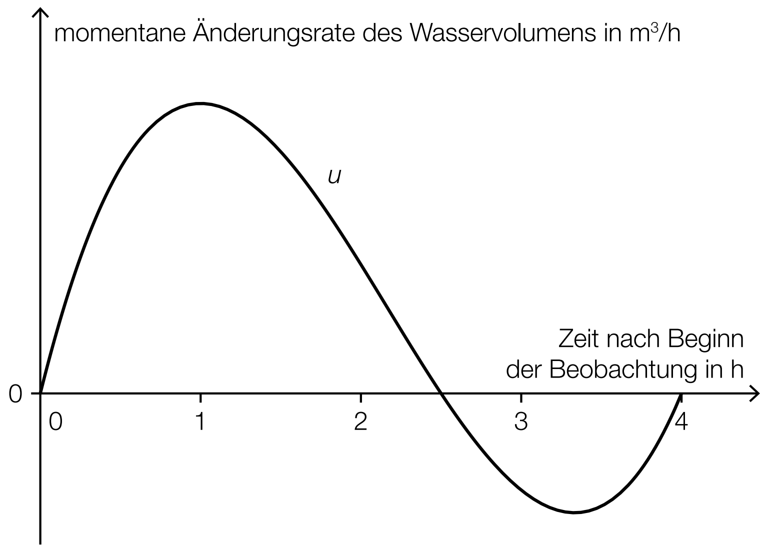
Stausee*

Aufgabennummer: A_271

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) Das Wasservolumen in einem Stausee ändert sich aufgrund von verschiedenen Einflüssen, wie z. B. Niederschlägen, Zuflüssen und Wasserentnahmen.

Zu Beginn einer Beobachtung beträgt das Wasservolumen im Stausee $1{,}5 \cdot 10^8$ m³. Die momentane Änderungsrate des Wasservolumens kann im Zeitintervall [0; 4] näherungsweise durch eine Funktion u beschrieben werden, deren Graph in der nachstehenden Abbildung dargestellt ist.



1) Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit, was mit dem folgenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird:
$1{,}5 \cdot 10^8 + \int_0^4 u(t)\,\mathrm{d}t$

2) Argumentieren Sie mithilfe des Funktionsgraphen, dass das Wasservolumen im Stausee im Zeitintervall [1; 2] zunimmt.

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Der zeitliche Verlauf des Wasserstands eines Stausees kann für einen bestimmten Zeitraum näherungsweise durch die Funktion h beschrieben werden:

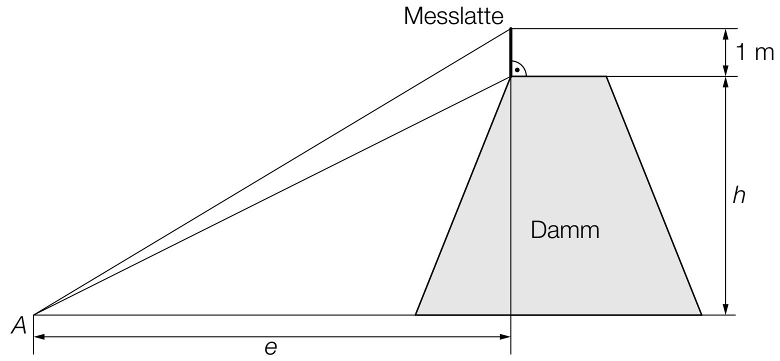
$h(t) = -6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0{,}001 \cdot t^2 + 0{,}005 \cdot t + 5 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 150$

t ... Zeit in h
$h(t)$ ... Wasserstand zur Zeit t in m

Ein ufernaher Parkplatz wird gesperrt, solange der Wasserstand 9 m oder höher ist.

1) Berechnen Sie die Dauer der Sperre.

c) Für den Hochwasserschutz wurde an einem Ufer ein Damm aufgeschüttet. Die Höhe des Damms wird mithilfe einer 1 m langen Messlatte ermittelt. Dazu werden von einem Punkt A aus die Enden der Messlatte anvisiert und die Höhenwinkel $\alpha = 40{,}0°$ und $\beta = 33{,}7°$ gemessen (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



1) Beschriften Sie in der obigen Skizze die Winkel α und β.

Für die Berechnung der Dammhöhe h werden folgende Formeln verwendet:

$$\tan(\alpha) = \frac{h+1}{e}$$
$$\tan(\beta) = \frac{h}{e}$$

2) Berechnen Sie die Dammhöhe h.

Möglicher Lösungsweg

a1) Mit dem Ausdruck wird das Wasservolumen in Kubikmetern im Stausee 4 Stunden nach Beginn der Beobachtung berechnet.

a2) Die Funktionswerte von u sind im Zeitintervall [1; 2] positiv, daher nimmt das Wasservolumen zu.

b1) $h(t) = 9$

oder:

$-6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0{,}001 \cdot t^2 + 0{,}005 \cdot t + 5 = 9$

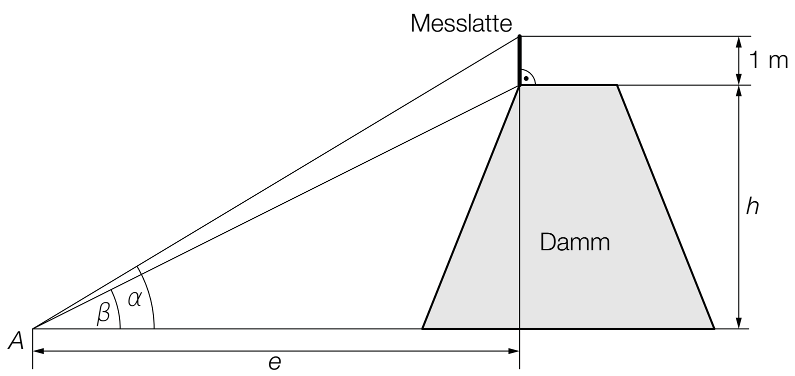
Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t_1 = 85{,}7...$, $t_2 = 137{,}4...$, $(t_3 = -56{,}5...)$

$t_2 - t_1 = 51{,}6...$

Der Parkplatz ist für etwa 52 Stunden gesperrt.

c1)



c2) $\tan(40°) = \dfrac{h+1}{e} \quad \Rightarrow \quad h = e \cdot \tan(40°) - 1$

$\tan(33{,}7°) = \dfrac{h}{e} \quad \Rightarrow \quad h = e \cdot \tan(33{,}7°)$

$e \cdot \tan(33{,}7°) = e \cdot \tan(40°) - 1 \quad \Rightarrow \quad e = 5{,}80...$

$h = e \cdot \tan(33{,}7°) = 3{,}87...$

Die Dammhöhe beträgt rund 3,9 m.

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für die richtige Interpretation im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der Einheit
   1 × D: für die richtige Argumentation mithilfe des Funktionsgraphen

b) 1 × A: für den richtigen Ansatz
   1 × B: für die richtige Berechnung der Zeitdauer

c) 1 x C: für das richtige Beschriften der beiden Winkel
   1 x B: für die richtige Berechnung der Dammhöhe h