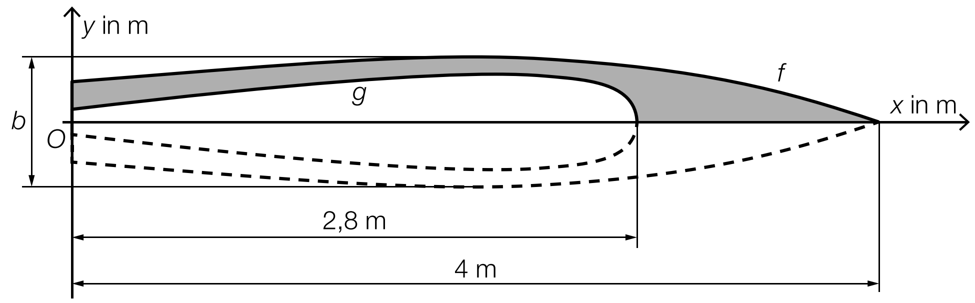
Stand-up-Paddling (1)

Stand-up-Paddling ist eine Wassersportart, bei der man aufrecht auf einem Board steht und paddelt.

a) In der nachstehenden Abbildung ist der Entwurf für ein zweifärbiges Board in der Ansicht von oben dargestellt.



1) Stellen Sie mithilfe der Funktionen f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

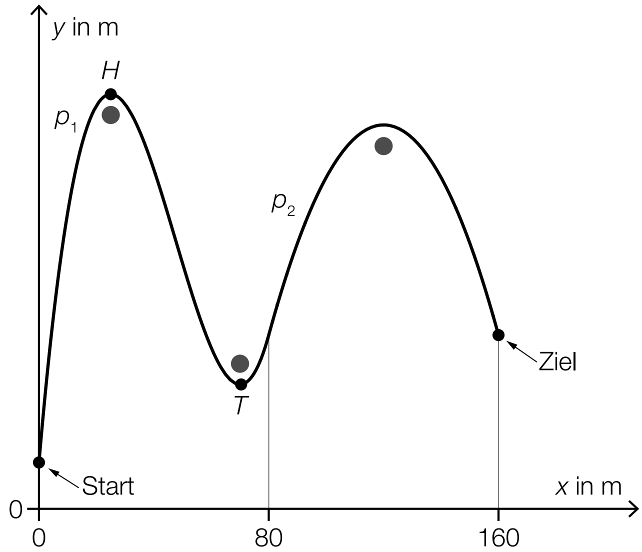
$A =$ ____ [0/1 P.]

Der Entwurf ist symmetrisch bezüglich der x-Achse.
Für die Funktion f gilt:

$f(x) = -0{,}0125 \cdot x^3 + 0{,}02 \cdot x^2 + 0{,}07 \cdot x + 0{,}2 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 4$

2) Berechnen Sie die maximale Breite b des Boards. [0/1 P.]

b) Barbaras Stand-up-Paddling-Trainingsstrecke verläuft um 3 Bojen herum (siehe nachstehende Abbildung).



In einem Modell kann der Verlauf von Barbaras Trainingsstrecke durch die Graphen der Funktionen p_1 und p_2 beschrieben werden.

Es gilt:

$p_1(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \text{mit} \quad 0 \leq x < 80$

Die Punkte $H = (25|200)$ und $T = (70|60)$ sind Extrempunkte des Graphen der Funktion p_1.

1) Erstellen Sie mithilfe der Informationen zu H und T ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b, c und d. *[0/1/2 P.]*

Der Graph der quadratischen Funktion p_2 beschreibt den Verlauf von Barbaras Trainingsstrecke für $80 \leq x \leq 160$ (siehe obige Abbildung).

2) Kreuzen Sie diejenige Ungleichung an, die auf die Funktion p_2 <u>nicht</u> zutrifft. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

$p_2'(150) < 0$	☐
$p_2'(90) > 0$	☐
$p_2''(90) > 0$	☐
$p_2(150) > 0$	☐
$p_2''(150) < 0$	☐

Möglicher Lösungsweg

a1) $A = \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{2,8} g(x)\,\mathrm{d}x$

a2) Berechnung der Extremstellen von *f* mittels Technologieeinsatz:

$f'(x) = 0 \quad \textit{oder} \quad -0{,}0375 \cdot x^2 + 0{,}04 \cdot x + 0{,}07 = 0$
$x_1 = 2 \quad (x_2 = -0{,}933...)$
$f(2) = 0{,}32$
$b = 2 \cdot f(2)$
$b = 0{,}64\text{ m}$

In der Abbildung ist erkennbar, dass der Hochpunkt von f *an der Stelle* x_1 *ist. Ein (rechnerischer) Nachweis, dass* x_1 *eine Maximumstelle ist, und eine Überprüfung der Randstellen sind daher nicht erforderlich.*

a1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.
a2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der maximalen Breite *b*.

b1) $p_1'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $p_1(25) = 200$
II: $p_1(70) = 60$
III: $p_1'(25) = 0$
IV: $p_1'(70) = 0$

oder:

I: $15\,625 \cdot a + 625 \cdot b + 25 \cdot c + d = 200$
II: $343\,000 \cdot a + 4\,900 \cdot b + 70 \cdot c + d = 60$
III: $1\,875 \cdot a + 50 \cdot b + c = 0$
IV: $14\,700 \cdot a + 140 \cdot b + c = 0$

b2)

$p_2''(90) > 0$	☒

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte *H* und *T*.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der 1. Ableitung.
b2) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.