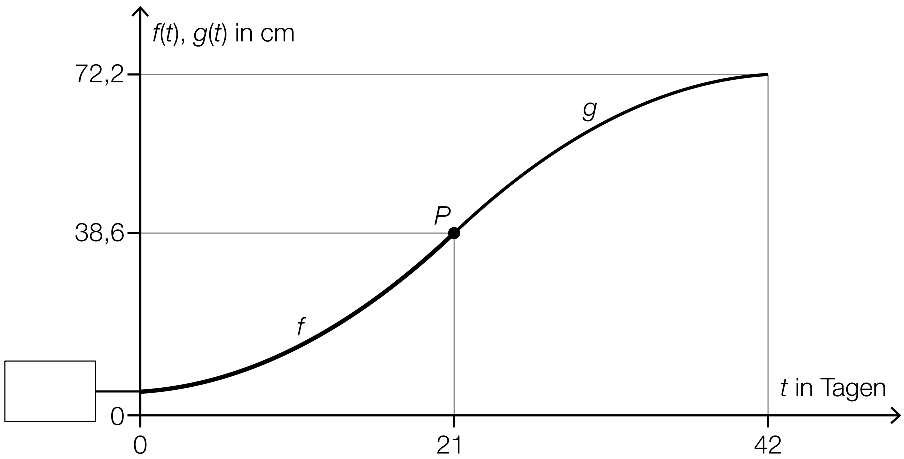
Sonnenblumen

a) Die Höhe einer bestimmten Sonnenblume lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch die zwei quadratischen Funktionen f und g beschreiben. Die Graphen dieser beiden Funktionen gehen im Punkt P mit gleicher Steigung ineinander über. (Siehe unten stehende Abbildung.)

$f(t) = \frac{1}{15} \cdot t^2 + 0{,}2 \cdot t + 5 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 21$
$g(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c \quad \text{mit} \quad 21 \leq t \leq 42$

$t \in [0; 42]$ ... Zeit ab dem Beobachtungsbeginn in Tagen
$f(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zur Zeit t in cm
$g(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zur Zeit t in cm



1) Tragen Sie in der obigen Abbildung den fehlenden Wert der Achsenbeschriftung in das dafür vorgesehene Kästchen ein. *[0/1 P.]*

2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c der Funktion g. *[0/1/2 P.]*

b) Die Höhe einer anderen Sonnenblume lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit t in einem bestimmten Zeitintervall näherungsweise durch die Funktion h beschreiben.

$h(t) = 6{,}2 \cdot a^t$

t ... Zeit ab dem Beobachtungsbeginn in Tagen
$h(t)$ ... Höhe der Sonnenblume zur Zeit t in cm

Zur Zeit $t = 17$ beträgt die Höhe der Sonnenblume 38,6 cm.

1) Berechnen Sie a. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Anzahl der Tage, in denen sich die Höhe dieser Sonnenblume jeweils vervierfacht. *[0/1 P.]*

c) In einer Gärtnerei werden Kerne von Sonnenblumen in mit Erde befüllte Kisten eingesetzt. In jede Kiste werden 10 Kerne eingesetzt. Aus Erfahrung weiß man, dass jeder Kern unabhängig von den anderen Kernen mit einer Wahrscheinlichkeit p keimt.

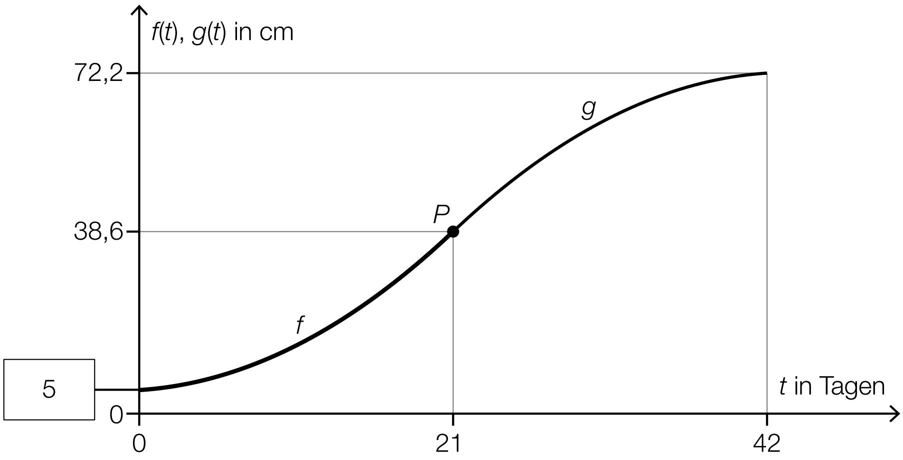
1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils den zutreffenden Ausdruck aus A bis D zu. *[0/1 P.]*

Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste höchstens 1 Kern keimt	
Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste genau 9 Kerne keimen	

A	$1 - \binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
B	$\binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
C	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9 + (1-p)^{10}$
D	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9$

Möglicher Lösungsweg

a1)



a2) $f'(t) = \frac{2}{15} \cdot t + 0{,}2$

$g'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

I: $g(21) = 38{,}6$

II: $g(42) = 72{,}2$

III: $g'(21) = f'(21)$

oder:

I: $21^2 \cdot a + 21 \cdot b + c = 38{,}6$

II: $42^2 \cdot a + 42 \cdot b + c = 72{,}2$

III: $42 \cdot a + b = 3$

a1) Ein Punkt für das Eintragen des richtigen Wertes.
a2) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten der Punkte.
Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung.

b1) $38{,}6 = 6{,}2 \cdot a^{17}$

$a = \sqrt[17]{\frac{38{,}6}{6{,}2}} = 1{,}1135...$

b2) $4 = 1{,}1135...^t$

$t = \frac{\ln(4)}{\ln(1{,}1135...)}$

$t = 12{,}88...$

Die Höhe der Sonnenblume vervierfacht sich jeweils in rund 12,9 Tagen.

b1) Ein Punkt für das richtige Berechnen von *a*.
b2) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Anzahl der Tage.

c1)

Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste höchstens 1 Kern keimt	C
Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Kiste genau 9 Kerne keimen	B

A	$1 - \binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
B	$\binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p)^1$
C	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9 + (1-p)^{10}$
D	$\binom{10}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^9$

c1) Ein Punkt für das richtige Zuordnen.