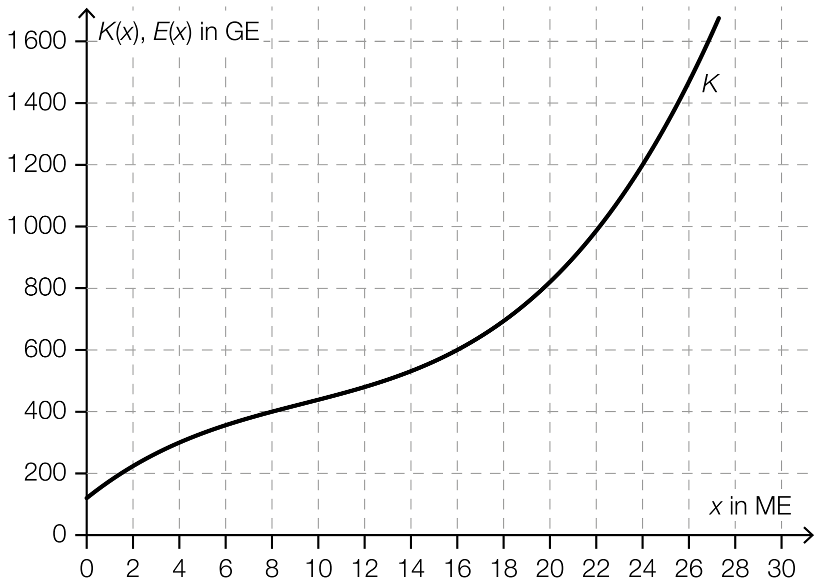
Rohrproduktion*

Aufgabennummer: B_089

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Ein Unternehmen stellt Kunststoffrohre her, die zu einem fixen Preis verkauft werden.

Im nachstehenden Diagramm ist der Graph der Kostenfunktion K für die Herstellung der Kunststoffrohre dargestellt.



Der Break-even-Point liegt bei einer Produktion von 8 ME. Die Kosten betragen dabei 400 GE.

– Zeichnen Sie den Graphen der Erlösfunktion E im obigen Diagramm ein.
– Ermitteln Sie den zugehörigen Marktpreis.
– Ergänzen Sie in der nachstehenden Wertetabelle die fehlenden Werte für die zugehörige Gewinnfunktion G.

x in ME	0	8	16
$G(x)$ in GE		0	

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Die Grenzkostenfunktion K' für die Herstellung von Kunststoffrohren ist gegeben durch:

$$K'(x) = \frac{15}{32} \cdot x^2 - \frac{35}{4} \cdot x + 60$$

x … produzierte Menge in ME
$K'(x)$ … Grenzkosten bei der produzierten Menge x in GE/ME

– Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Kostenfunktion K mit $K(16) = 600$.
– Berechnen Sie die Kostenkehre.

c) Ein anderes Unternehmen stellt Keramikrohre her.

Von der quadratischen Erlösfunktion E ist für den Absatz von 10 ME bekannt:

$E(10) = 15$
$E'(10) = -1{,}5$
$E''(10) = -0{,}6$

– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage über den Erlös bei einem Absatz von 11 ME an. *[1 aus 5]*

$E(11) = 13{,}2$	☐
$E(11) = 13{,}5$	☐
$E(11) = 14{,}1$	☐
$E(11) = 16{,}2$	☐
$E(11) = 16{,}5$	☐

d) Die Erlösfunktion E für Betonrohre ist gegeben durch:

$$E(x) = -3{,}2 \cdot x \cdot (x - 25)$$

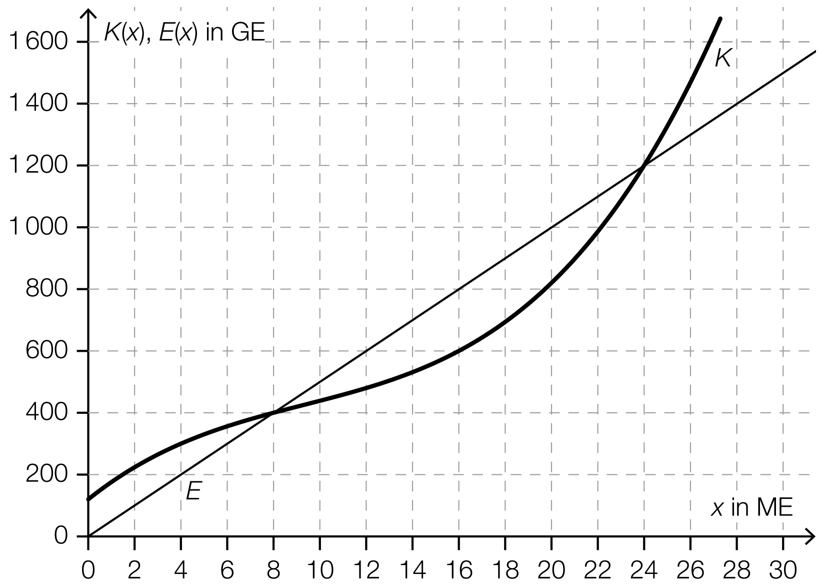
x … Absatzmenge in ME
$E(x)$ … Erlös bei der Absatzmenge x in GE

– Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Preisfunktion der Nachfrage.
– Ermitteln Sie den Höchstpreis.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



Marktpreis: 50 GE/ME

x in ME	0	8	16
$G(x)$ in GE	**–120**	0	**200**

Toleranzbereiche:
$G(0)$: [–180; –100]
$G(16)$: [150; 250]

b) $K(x) = \int \left(\frac{15}{32} \cdot x^2 - \frac{35}{4} \cdot x + 60\right) \mathrm{d}x = \frac{5}{32} \cdot x^3 - \frac{35}{8} \cdot x^2 + 60 \cdot x + F$

$K(16) = 600 \quad \Rightarrow \quad 600 = \frac{5}{32} \cdot 16^3 - \frac{35}{8} \cdot 16^2 + 60 \cdot 16 + F \quad \Rightarrow \quad F = 120$

$K(x) = \frac{5}{32} \cdot x^3 - \frac{35}{8} \cdot x^2 + 60 \cdot x + 120$

$K''(x) = \frac{15}{16} \cdot x - \frac{35}{4}$

$K''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{28}{3}$

Die Kostenkehre liegt bei rund 9,33 ME.

c)

$E(11) = 13{,}2$	☒

d) $p_N(x) = -3{,}2 \cdot x + 80$

x ... Absatzmenge in ME
$p_N(x)$ ... Preis bei der Absatzmenge x in GE/ME

Höchstpreis: 80 GE/ME

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Graphen der Erlösfunktion
1 × C: für das richtige Ermitteln des Marktpreises
1 × A2: für das richtige Ergänzen der fehlenden Werte in der Tabelle in den angegebenen Toleranzbereichen [–180; –100] bzw. [150; 250]

b) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Kostenfunktion
1 × B: für die richtige Berechnung der Kostenkehre

c) 1 × A: für das richtige Ankreuzen

d) 1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage
1 × C: für das richtige Ermitteln des Höchstpreises