

Reisekosten

Aufgabennummer: B_193

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Die Tarife bei Fahrten mit dem Zug hängen normalerweise von der zurückgelegten Fahrtstrecke ab. Die in dieser Aufgabe verwendeten Bezeichnungen sind:

x ... Fahrtstrecke in Kilometern (km)

$T(x)$... Tarif in Euro (€) für die Fahrtstrecke x

- a) In der nachstehenden Tabelle sind die 2012 gültigen Tarife für eine Fahrt mit der ÖBB (2. Klasse ohne Vorteilsticket) ausgehend vom Bahnhof Wien West zum angegebenen Endbahnhof angeführt.

Bahnhof	Fahrtstrecke x in km	Tarif in €
St. Pölten	60	11,00
Linz	190	31,20
Salzburg	317	47,50
Innsbruck	572	58,30
Landeck	647	58,70
Bregenz	770	64,30

- Bestimmen Sie mittels Regressionsrechnung eine Polynomfunktion 3. Grades, die die Abhängigkeit des Tarifs von der zu fahrenden Fahrtstrecke beschreibt.
- Stellen Sie die Funktion gemeinsam mit den angegebenen Werten in einem Diagramm dar und achten Sie dabei auf eine sinnvolle Skalierung der Achsen.

- b) Im Kurzstreckenbereich kann die Abhängigkeit des Tarifs von der zurückgelegten Fahrtstrecke mithilfe folgender Funktion beschrieben werden:

$$T(x) = 0,19x$$

- Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl 0,19 im gegebenen Sachzusammenhang.

- c) Die folgende Funktion T gibt den Tarif in Abhängigkeit von der Fahrtstrecke x entlang einer anderen Bahnstrecke an:

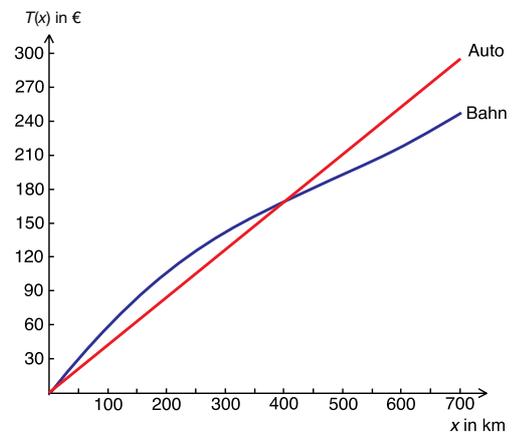
$$T(x) = 2 \cdot 10^{-7}x^3 - 3 \cdot 10^{-4}x^2 + 0,2305x - 0,8711$$

x ... Fahrtstrecke in km

$T(x)$... Tarif in € für die Fahrtstrecke x

- Ermitteln Sie mithilfe der Differenzialrechnung diejenige Fahrtstrecke, für die der Preiszuwachs am geringsten ist.
- Berechnen Sie den Preiszuwachs für diese Fahrtstrecke.

- d) Eine Firma schickt 3 Angestellte auf Dienstreise. Als Kostenersatz müssen den Angestellten entweder € 0,42 pro gefahrenem Kilometer für ein gemeinsames Auto oder jeweils der Bahntarif 2. Klasse ohne Vorzeilsticket rückerstattet werden. In der nebenstehenden Grafik sind die Bahnkosten für 3 Personen und das für den PKW zu erstattende Kilometergeld dargestellt.



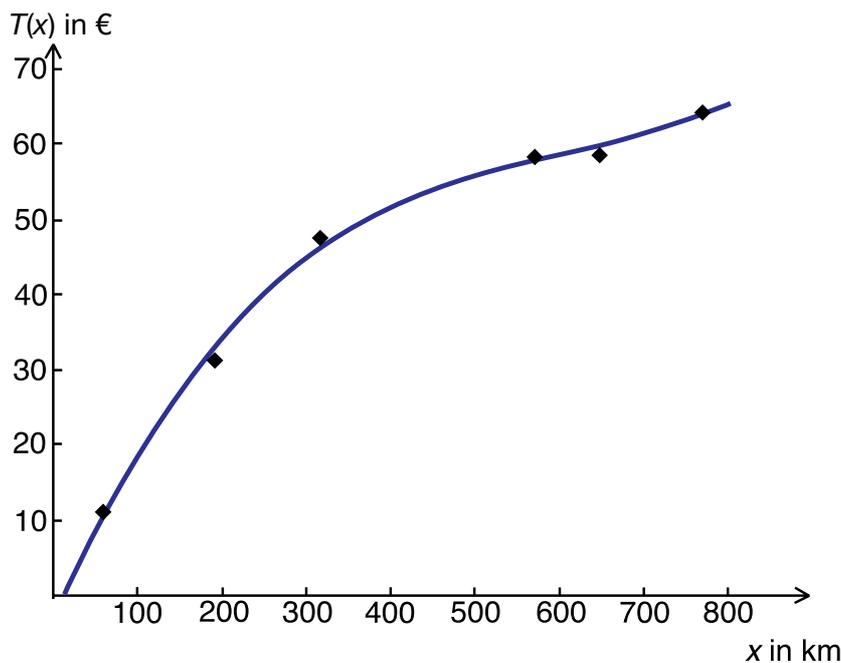
- Geben Sie an, wann die Firma Kilometergeld und wann sie Bahnkostensersatz leisten sollte, um ihre Kosten gering zu halten.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $T(x) = 2 \cdot 10^{-7}x^3 - 0,0004x^2 + 0,2557x - 3,5482$



b) $T(x) = 0,19x$

0,19 ist die Steigung der linearen Tariffunktion. Sie gibt den Tarif pro gefahrenem Kilometer an. Ein Kilometer kostet also € 0,19.

- c) Die Preissteigerung pro Kilometer entspricht der Steigung der Tangente an die Tariffunktion, die man mit der 1. Ableitung berechnen kann. Zur Berechnung der geringsten Preissteigerung muss die 2. Ableitung berechnet und gleich null gesetzt werden. Es wird also die x-Koordinate des Wendepunkts der Tariffunktion berechnet.

$$T(x) = 2 \cdot 10^{-7}x^3 - 3 \cdot 10^{-4}x^2 + 0,2305x - 0,8711$$

$$T'(x) = 6 \cdot 10^{-7}x^2 - 6 \cdot 10^{-4}x + 0,2305$$

$$T''(x) = 1,2 \cdot 10^{-6}x - 6 \cdot 10^{-4}$$

$$1,2 \cdot 10^{-6}x - 6 \cdot 10^{-4} = 0$$

$$1,2 \cdot 10^{-6}x = 6 \cdot 10^{-4}$$

$$x = 500 \text{ km}$$

Preiszuwachs an der Stelle $x = 500$:

$$T'(500) = 6 \cdot 10^{-7} \cdot 500^2 - 6 \cdot 10^{-4} \cdot 500 + 0,2305 = 0,0805$$

Der Preiszuwachs an dieser Stelle beträgt ungefähr € 0,08 pro km.

- d) Die Grafik zeigt, dass bis zu einer Strecke von ca. 400 km der Bahntarif höher liegt als das Kilometergeld. Die Firma hat bei Strecken bis zu 400 km geringere Kosten, wenn die 3 Angestellten gemeinsam mit dem Auto fahren. Für Strecken, die länger als 400 km sind, ist für die Firma der Bahnkostenersatz günstiger.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) 1 Zahlen und Maße
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) —
- c) —
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) leicht
- c) schwer
- d) leicht

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 1
- c) 3
- d) 1

Thema: Verkehr

Quelle: <http://www.oebb.at> (Tarife und km-Angaben)