

# Pumpenproduktion

Aufgabennummer: B\_169

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

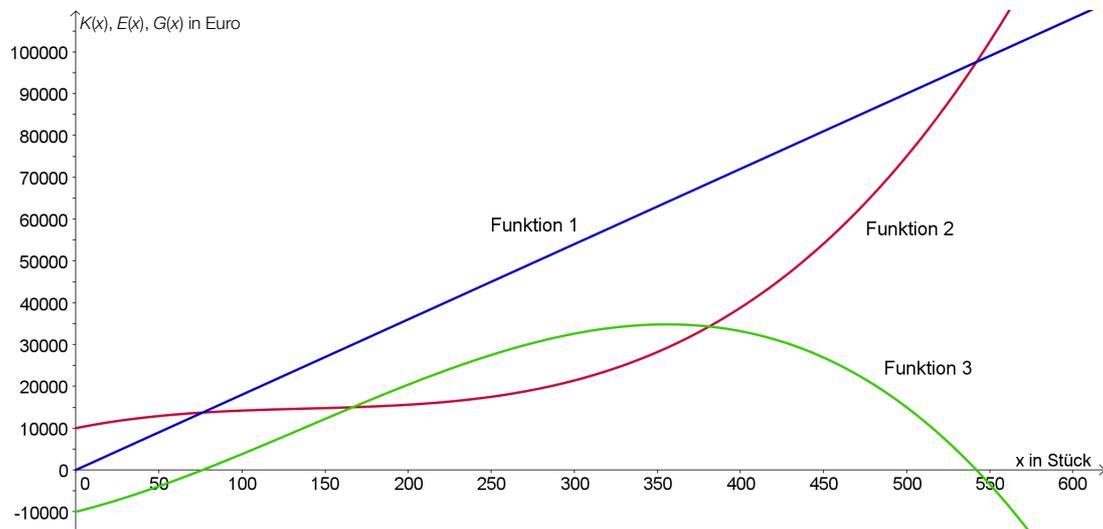
Bei der Produktion von Schmutzwasserpumpen wird ein bestimmtes Modell hergestellt. Für die Kostenfunktion  $K$  bei der Herstellung dieses Modells gilt:

$$K(x) = 0,0012 \cdot x^3 - 0,5 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 10\,000$$

$x$  ... Stückzahl produzierter Schmutzwasserpumpen

$K(x)$  ... Kosten bei der Produktion von  $x$  Schmutzwasserpumpen in Euro (€)

- a) Die unten stehende Abbildung zeigt die Funktionsgraphen
- der Kostenfunktion  $K$
  - der Erlösfunktion  $E$
  - der Gewinnfunktion  $G$



– Begründen Sie, warum der Graph von Funktion 3 den Verlauf der Gewinnfunktion beschreibt.

- b) – Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Kosten, wenn die Produktion von 100 auf 101 Stück erhöht wird.  
 – Berechnen Sie die Grenzkosten für 100 Stück mithilfe der Grenzkostenfunktion.  
 – Begründen Sie, warum die Ergebnisse dieser Berechnungen unterschiedlich sind.

- c) Die Schmutzwasserpumpen werden zu einem Preis von € 200 pro Stück verkauft.
- Stellen Sie die Funktionsgleichung der Gewinnfunktion  $G$  auf.
  - Berechnen Sie, bei wie vielen verkauften Schmutzwasserpumpen der Gewinn maximal ist.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Funktion 3 stellt die Gewinnfunktion dar.  
 Der Funktionsgraph der Gewinnfunktion schneidet die vertikale Achse bei € -10.000 (Fixkosten).  
 Die Nullstellen der Gewinnfunktion liegen direkt unterhalb der Schnittpunkte der Kosten- und der Erlösfunktion.  
 Zwischen den Gewinngrenzen ist der Gewinn positiv, weil dort der Graph der Erlösfunktion oberhalb des Graphen der Kostenfunktion verläuft.

*Alle richtigen Begründungen, die eine klare Entscheidung ermöglichen, sind zu akzeptieren.*

b)  $\frac{K(101) - K(100)}{1} = 15,861 \approx 15,86$

Die mittlere Änderungsrate beträgt rund € 15,86/Stück.

$$K'(x) = 0,0036 \cdot x^2 - x + 80 \Rightarrow K'(100) = 16$$

Die Grenzkosten bei 100 Stück betragen € 16/Stück.

Die Ergebnisse sind unterschiedlich, weil der Differenzenquotient die exakte Kostensteigerung angibt, während hingegen der Differenzialquotient einen Näherungswert für die Änderung der Kosten bei der Steigerung um ein Stück angibt.

- c) Gewinn = Erlös - Kosten  
 $G(x) = 200 \cdot x - (0,0012 \cdot x^3 - 0,5 \cdot x^2 + 80 \cdot x + 10000)$   
 $G(x) = -0,0012 \cdot x^3 + 0,5 \cdot x^2 + 120 \cdot x - 10000$   
 $G'(x) = -0,0036 \cdot x^2 + x + 120$   
 $-0,0036 \cdot x^2 + x + 120 = 0$  Berechnung mittels Technologieeinsatz:  $x \approx 368,29$   
 Der maximale Gewinn wird bei 368 Stück erzielt.

*Auch andere korrekte Berechnungswege sind als richtig zu werten.*

## Klassifikation

Teil A             Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 1
- b) 3
- c) 2

Thema: Wirtschaft

Quellen: —