

Pensionsvorsorge*

Aufgabennummer: B_420

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Alexander möchte für seine Pension ansparen. In den folgenden Aufgaben wird die Kapitalertragsteuer nicht berücksichtigt.

a) Er zahlt 15 Jahre lang monatlich vorschüssig € 400 auf ein mit 0,27 % p. m. verzinstes privates Pensionskonto und lässt sein Geld anschließend 25 Jahre bei gleichbleibendem Zinssatz angelegt.

– Berechnen Sie seinen privaten Pensionsbetrag nach 40 Jahren.

b) Eine Bank unterbreitet ihm folgenden Vorschlag:

Durch Einzahlungen von € 20.000 sofort, € 30.000 nach 5 Jahren und € 40.000 nach 15 Jahren garantiert sie ihm nach insgesamt 40 Jahren ein angespartes Kapital von € 200.000.

– Veranschaulichen Sie diesen Zahlungsstrom (Einzahlungen und angespartes Kapital) auf einer Zeitachse.

– Berechnen Sie den zugehörigen Jahreszinssatz.

c) Er hat auf seinem privaten Pensionskonto, das mit 2 % p. a. verzinst wird, einen Betrag in Höhe von € 200.000 angespart.

Nun vergleicht er zwei Auszahlungsvarianten:

Variante 1: Er hebt am Ende jedes Jahres € 12.000 ab.

Variante 2: Er hebt am Ende jedes Jahres € 4.000 ab.

– Berechnen Sie, wie oft er bei Variante 1 den vollen Betrag abheben könnte.

– Erklären Sie, warum bei Variante 2 das angesparte Kapital am Pensionskonto erhalten bleibt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

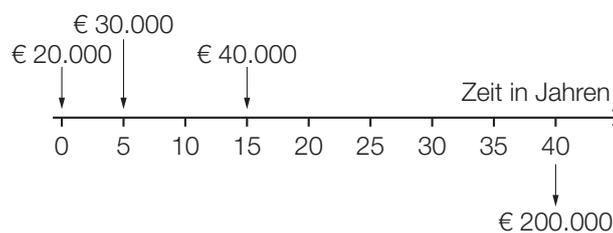
Möglicher Lösungsweg

$$\text{a) } 400 \cdot 1,0027 \cdot \frac{1,0027^{180} - 1}{0,0027} = 92\,803,312\dots$$

$$92\,803,312\dots \cdot 1,0027^{300} = 208\,385,722\dots$$

Sein privater Pensionsbetrag beträgt nach 40 Jahren rund € 208.385,72.

b)



$$200\,000 = 20\,000 \cdot (1 + i)^{40} + 30\,000 \cdot (1 + i)^{35} + 40\,000 \cdot (1 + i)^{25}$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$i = 0,02514\dots$$

Der zugehörige Jahreszinssatz beträgt rund 2,51 % p. a.

$$\text{c) } 200\,000 = 12\,000 \cdot \frac{1,02^n - 1}{0,02} \cdot \frac{1}{1,02^n}$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$n = 20,4\dots$$

Er könnte 20-mal den vollen Betrag in Höhe von € 12.000 abheben.

Bei Variante 2 bleibt das angesparte Kapital erhalten, weil der Betrag, den er am Ende jedes Jahres abhebt, genau den anfallenden Zinsen entspricht.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung des Pensionsbeitrags nach 40 Jahren

b) 1 × A: für das richtige Darstellen auf einer Zeitachse

1 × B: für die richtige Berechnung des Jahreszinssatzes

c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Anzahl der Vollraten

1 × D: für die richtige Erklärung