Mixer*

Aufgabennummer: B_282

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Ein Unternehmen stellt unterschiedliche Typen von Mixern her.

a) Bei einem Stückpreis von € 65 können 2 000 Stabmixer pro Jahr verkauft werden.
Bei einem Verkauf von 2 500 Stabmixern kann ein Erlös in Höhe von € 131.250 pro Jahr erzielt werden.

Der Erlös beim Verkauf der Stabmixer kann durch eine quadratische Funktion E beschrieben werden:

$E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x … Anzahl der verkauften Stabmixer
$E(x)$ … Erlös bei x verkauften Stabmixern in €

1) Begründen Sie, warum in der Gleichung der Erlösfunktion der Parameter c gleich null sein muss.
2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a und b der Erlösfunktion.
3) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b.
4) Berechnen Sie die Sättigungsmenge.

b) Der Gewinn beim Verkauf der Handmixer kann durch die Funktion G beschrieben werden.

$G(x) = -0{,}1 \cdot x^3 - 1{,}9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 940$

x … Absatzmenge in ME
$G(x)$ … Gewinn bei der Absatzmenge x in GE

1) Berechnen Sie die Gewinngrenzen.
2) Ermitteln Sie den maximalen Gewinn.

Durch Veränderungen im Unternehmen können die Fixkosten um 200 GE gesenkt werden.

3) Erstellen Sie eine Gleichung der neuen Gewinnfunktion G_1.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Die Kosten bei der Produktion von Standmixern können durch die Funktion K beschrieben werden.

$K(x) = 0{,}04 \cdot x^3 - 2{,}4 \cdot x^2 + 63 \cdot x + 940$

x … Produktionsmenge in ME
$K(x)$ … Kosten bei der Produktionsmenge x in GE

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob der Kostenverlauf bei einer Produktion von 25 ME progressiv oder degressiv ist.

2) Kreuzen Sie diejenige Gleichung an, deren Lösung das Betriebsoptimum ist. *[1 aus 5]*

$0 = 0{,}04 \cdot x^3 - 2{,}4 \cdot x^2 + 63 \cdot x + 940$	☐
$0 = 0{,}12 \cdot x^2 - 4{,}8 \cdot x + 63$	☐
$0 = 0{,}24 \cdot x - 4{,}8$	☐
$0 = 0{,}04 \cdot x^2 - 2{,}4 \cdot x + 63 + \frac{940}{x}$	☐
$0 = 0{,}08 \cdot x - 2{,}4 - \frac{940}{x^2}$	☐

Möglicher Lösungsweg

a1) Der Parameter c muss null sein, da bei einem Absatz von null Stück auch der Erlös null ist.

a2) Erlös beim Absatz von 2 000 Mixern: $2\,000 \cdot 65 = 130\,000$

$E(2\,000) = 130\,000$
$E(2\,500) = 131\,250$

oder:

$2\,000^2 \cdot a + 2\,000 \cdot b = 130\,000$
$2\,500^2 \cdot a + 2\,500 \cdot b = 131\,250$

a3) Lösung mittels Technologieeinsatz:
$a = -\frac{1}{40} = -0{,}025$
$b = 115$

a4) $E(x) = 0$

oder:

$-0{,}025 \cdot x^2 + 115 \cdot x = 0$

$x_1 = 0$
$x_2 = 4\,600$

Die Sättigungsmenge liegt bei 4 600 Stück.

b1) $G(x) = 0$

oder:

$-0{,}1 \cdot x^3 - 1{,}9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 940 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 5$ ME (untere Gewinngrenze)
$x_2 = 32{,}9\ldots$ ME ≈ 33 ME (obere Gewinngrenze)

b2) $G'(x) = 0$

oder:

$-0{,}3 \cdot x^2 - 3{,}8 \cdot x + 200 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$(x_1 = -32{,}9...)$
$x_2 = 20{,}2...$
$G(20{,}2...) = 1\,500{,}504...$
Der maximale Gewinn beträgt rund 1.500,50 GE

b3) $G_1(x) = G(x) + 200 = -0{,}1 \cdot x^3 - 1{,}9 \cdot x^2 + 200 \cdot x - 740$

c1) $K''(x) = 0{,}24 \cdot x - 4{,}8$

$K''(25) = 1{,}2 > 0$

Da die 2. Ableitung für 25 ME positiv ist, ist der Kostenverlauf dort progressiv.

c2)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$0 = 0{,}08 \cdot x - 2{,}4 - \frac{940}{x^2}$	☒

Lösungsschlüssel

a) 1 × D: für die richtige Begründung
1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
1 × B1: für die richtige Berechnung der Koeffizienten *a* und *b*
1 × B2: für die richtige Berechnung der Sättigungsmenge

b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Gewinngrenzen
1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns
1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der neuen Gewinnfunktion G_1

c) 1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung
1 × C: für das richtige Ankreuzen