

## Marmelade\*

Aufgabennummer: B\_280

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Sarah und Daniel stellen im Rahmen eines Schulprojekts selbstgemachte Marmelade her und füllen sie in Gläser ab. Es werden  $x$  Gläser Erdbeermarmelade und  $y$  Gläser Mehrfruchtmarmelade abgefüllt.

- a) Für ein Glas Erdbeermarmelade benötigen sie 160 g Erdbeeren.  
Für ein Glas Mehrfruchtmarmelade benötigen sie 60 g Erdbeeren, 60 g Himbeeren und 40 g Heidelbeeren.  
Sie haben insgesamt 15 kg Erdbeeren, 4 kg Himbeeren und 2 kg Heidelbeeren zur Verfügung.  
Insgesamt wollen sie mindestens 70 Gläser Erdbeermarmelade produzieren.
- 1) Erstellen Sie ein Ungleichungssystem, das die obigen Mengenbeschränkungen für die Herstellung der beiden Marmeladesorten beschreibt.

b) Nach einer Besprechung der Projektgruppe ergeben sich die folgenden Mengenbeschränkungen für die Herstellung der beiden Marmeladesorten:

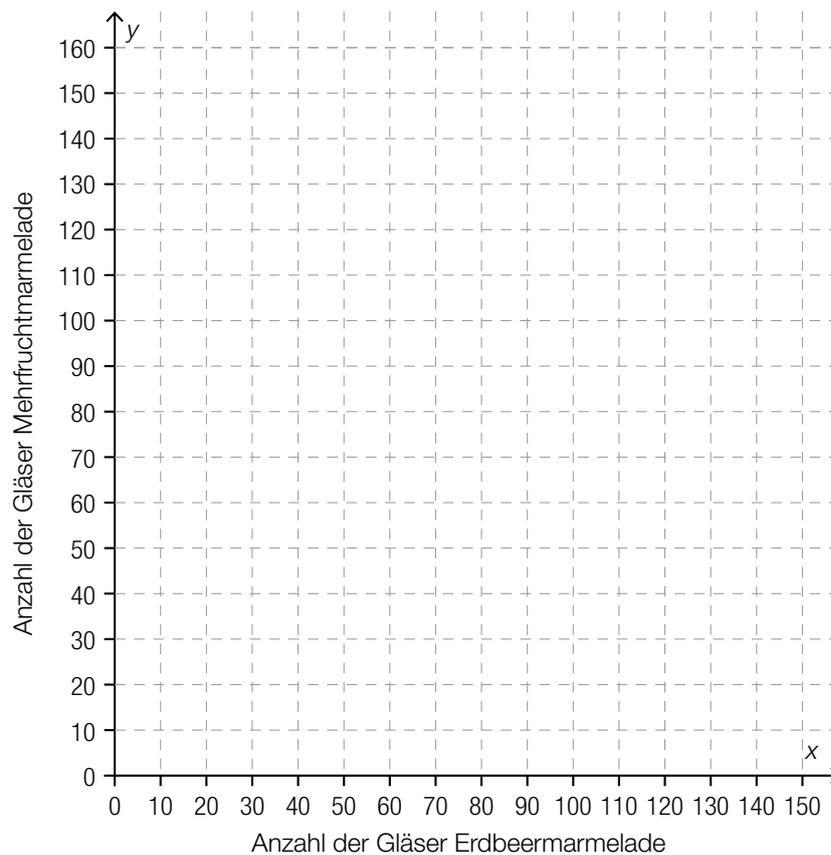
I:  $150 \cdot x + 50 \cdot y \leq 18000$

II:  $x + y \geq 100$

III:  $y \geq 50$

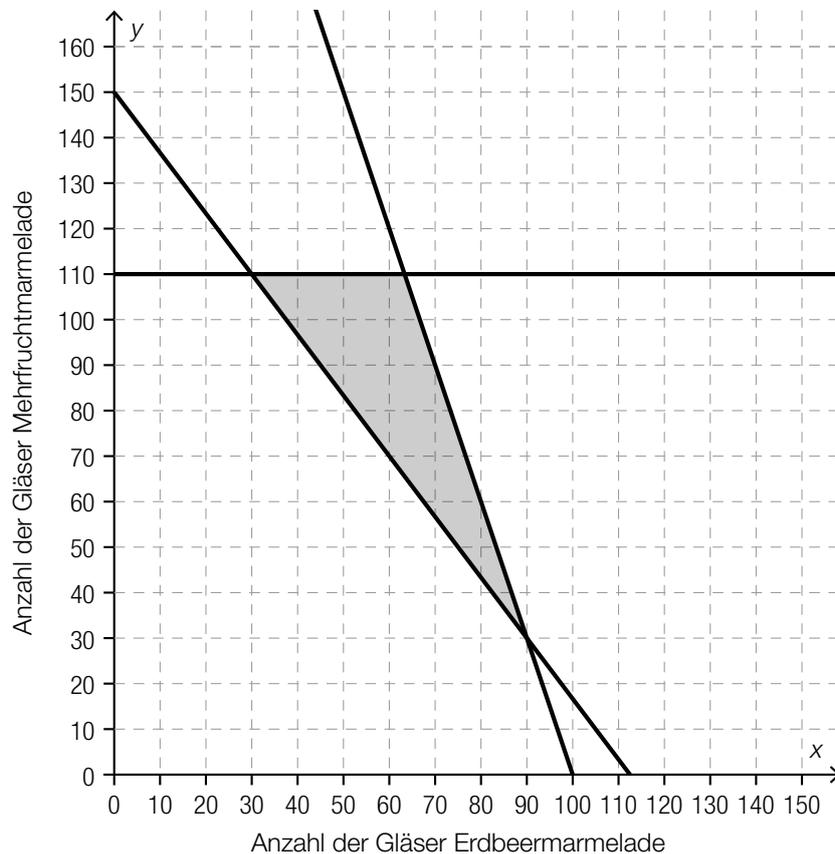
IV:  $y \leq 120$

V:  $x \geq 0$



- 1) Zeichnen Sie im obigen Koordinatensystem die Begrenzungsgeraden der Ungleichungen I, II, III und IV ein.
- 2) Markieren Sie im obigen Koordinatensystem den Lösungsbereich des Ungleichungssystems.
- 3) Interpretieren Sie die Bedeutung der Ungleichungen III und IV im gegebenen Sachzusammenhang.

c) In der nachstehenden Grafik sind die Mengenbeschränkungen nach einer weiteren Überarbeitung des Projekts dargestellt.



Die Gleichung der Zielfunktion  $Z$  zur Ermittlung der Kosten in Euro bei der Herstellung lautet:

$$Z(x, y) = 2,50 \cdot x + 3 \cdot y$$

- 1) Zeichnen Sie in der obigen Grafik diejenige Gerade ein, für die der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird.

Nachdem Sarah ihrer Tante von ihrem Schulprojekt erzählt hat, stellt diese Himbeeren kostenlos zur Verfügung. Die Kosten pro Glas Mehrfruchtarmelade sinken dadurch auf € 2,50 pro Glas.

- 2) Erstellen Sie eine Gleichung der neuen Zielfunktion  $Z_1$  zur Ermittlung der Kosten.
- 3) Überprüfen Sie nachweislich, ob Sarah und Daniel durch diese Kostensenkung auch die Produktionsmengen ändern müssen, wenn ihre Gesamtkosten minimal bleiben sollen.

## Möglicher Lösungsweg

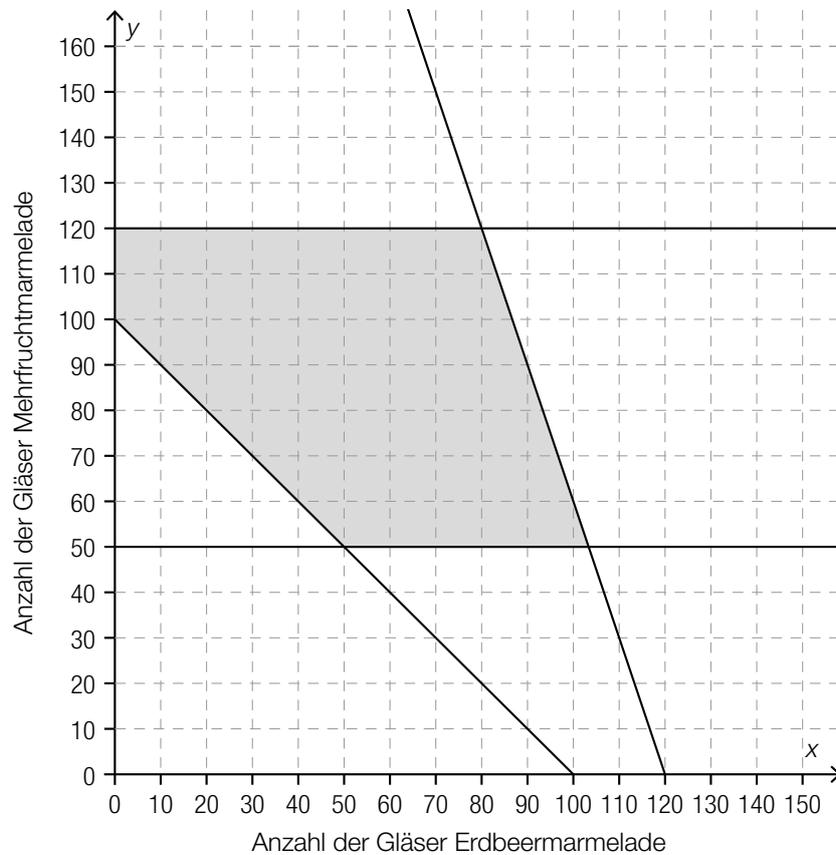
a1) I:  $160 \cdot x + 60 \cdot y \leq 15000$

II:  $60 \cdot y \leq 4000$

III:  $40 \cdot y \leq 2000$

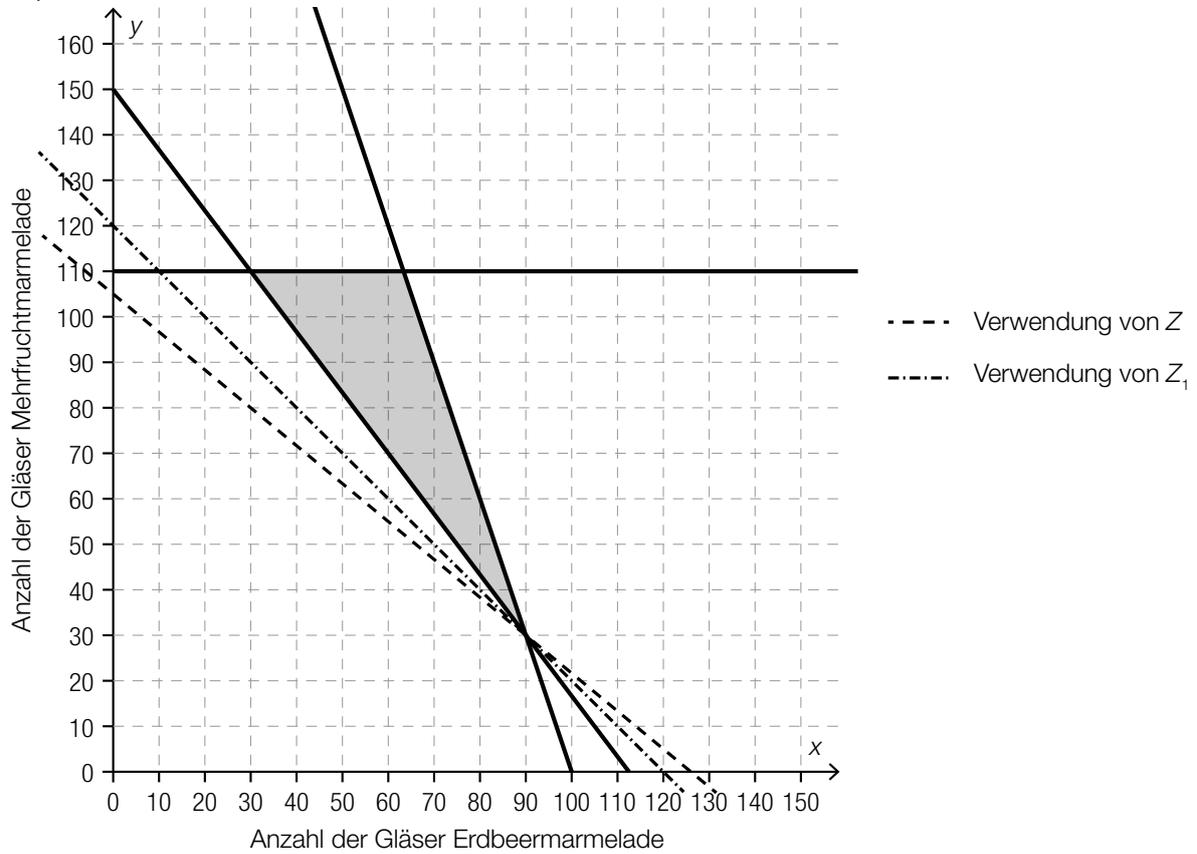
IV:  $x \geq 70$

b1 und b2)



b3) Sie planen, mindestens 50 und höchstens 120 Gläser Mehrfruchtmarmelade zu produzieren.

c1)



c2)  $Z_1(x, y) = 2,50 \cdot x + 2,50 \cdot y$

c3) Durch Einzeichnen derjenigen Geraden, für die der minimale Wert der Zielfunktion  $Z_1$  angenommen wird, kann man feststellen, dass dieselben Produktionsmengen zu minimalen Kosten führen.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Ungleichungen (Einschränkung bezüglich der zur Verfügung stehenden Beeren)  
1 × A2: für das richtige Erstellen der Ungleichung (Einschränkung „mindestens 70 Gläser Erdbeermarmelade“)  
Die Angabe der Nichtnegativitätsbedingungen ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.
- b) 1 × B: für das richtige Einzeichnen der Begrenzungsgeraden  
1 × C1: für das richtige Markieren des Lösungsbereichs  
1 × C2: für die richtige Interpretation der Bedeutung der Ungleichungen III und IV im gegebenen Sachzusammenhang
- c) 1 × B: für das richtige Einzeichnen der Geraden, für die der minimale Wert der Zielfunktion angenommen wird  
1 × A: für das richtige Erstellen der Gleichung der neuen Zielfunktion  $Z_1$   
1 × D: für die richtige nachweisliche Überprüfung