

Kühe auf der Weide*

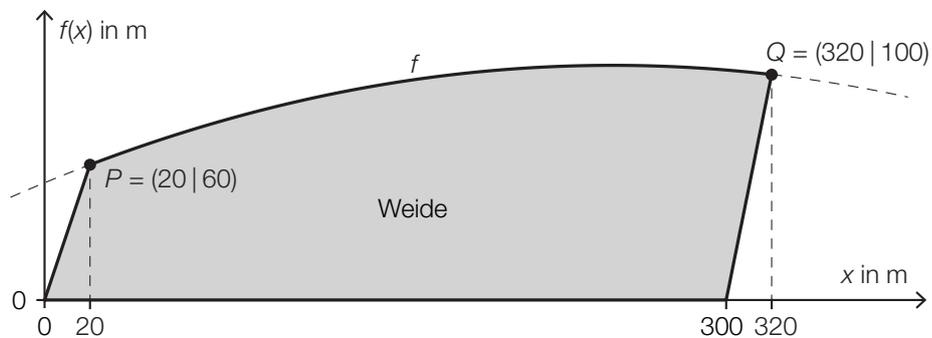
Aufgabennummer: A_141

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

- a) In der nachstehenden Abbildung ist eine Weide modellhaft dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann mithilfe einer Funktion f beschrieben werden. Die anderen drei Begrenzungslinien verlaufen geradlinig.



- 1) Erstellen Sie mithilfe von f eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A dieser Weide.

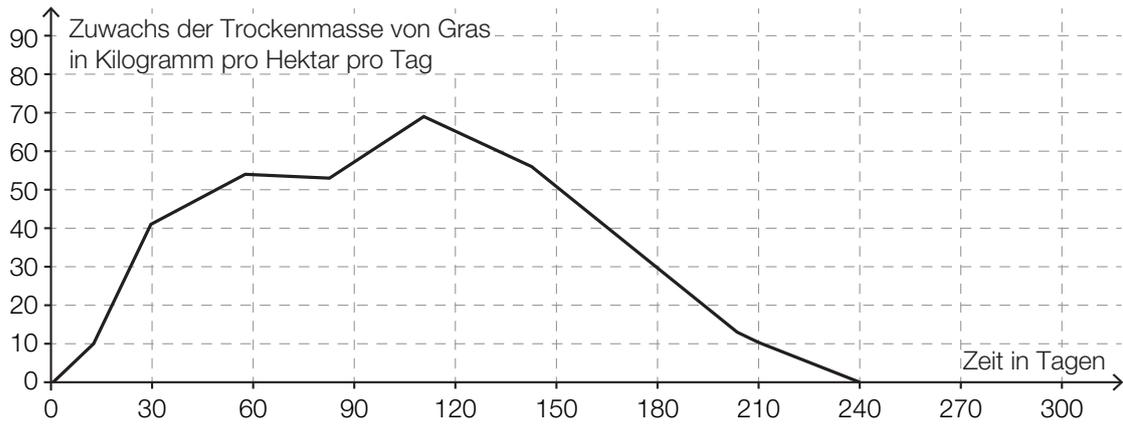
$A =$ _____

Für die Funktion f gilt: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 52$

- 2) Erstellen Sie unter Verwendung der in der obigen Abbildung angegebenen Koordinaten ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a und b .

- b) Um zu ermitteln, wie viele Kühe auf einer Weide gehalten werden können, ist der Zuwachs der Trockenmasse von Gras auf dieser Weide von Bedeutung.

Für eine bestimmte Weide wurde auf Basis mehrjähriger Messungen der nachstehend dargestellte Graph erstellt.



1 Hektar (ha) = 10000 m²

- 1) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht. [Lückentext]

Im Zeitintervall [0; 240] liefert diese Weide rund ① ②
Trockenmasse von Gras.

①	
90	<input type="checkbox"/>
900	<input type="checkbox"/>
9000	<input type="checkbox"/>

②	
kg/m ²	<input type="checkbox"/>
kg/ha	<input type="checkbox"/>
t/ha	<input type="checkbox"/>

c) Die Körpergröße von Rindern wird durch die sogenannte *Widerristhöhe* beschrieben.

Eine Landwirtin züchtet eine Rinderrasse, für die die Widerristhöhe in Abhängigkeit vom Alter modellhaft durch die Funktion h beschrieben wird.

$$h(t) = 0,0024 \cdot t^3 - 0,19 \cdot t^2 + 5,73 \cdot t + 73 \quad \text{mit } 1 \leq t \leq 24$$

t ... Alter in Monaten

$h(t)$... Widerristhöhe eines Rindes im Alter t in cm

- 1) Berechnen Sie das Alter, in dem gemäß diesem Modell eine Widerristhöhe von 115 cm erreicht wird.
- 2) Weisen Sie mithilfe der 2. Ableitung von h nach, dass der Graph von h im gesamten Definitionsbereich $[1; 24]$ negativ gekrümmt ist.

Es gilt: $h'(12) \approx 2,2$

- 3) Interpretieren Sie den Wert 2,2 im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

Möglicher Lösungsweg

$$\text{a1) } A = \frac{60 \cdot 20}{2} + \int_{20}^{320} f(x) dx - \frac{100 \cdot 20}{2} \quad \text{oder} \quad A = \int_{20}^{320} f(x) dx - 400$$

$$\text{a2) I: } f(20) = 60$$

$$\text{II: } f(320) = 100$$

oder:

$$\text{I: } a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + 52 = 60$$

$$\text{II: } a \cdot 320^2 + b \cdot 320 + 52 = 100$$

b1)

①	
9000	☒

②	
kg/ha	☒

$$\text{c1) } h(t) = 115$$

oder:

$$0,0024 \cdot t^3 - 0,19 \cdot t^2 + 5,73 \cdot t + 73 = 115$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t = 10,50\dots$$

Im Alter von rund 10,5 Monaten wird gemäß diesem Modell eine Widerristhöhe von 115 cm erreicht.

$$\text{c2) } h''(t) = 0,0144 \cdot t - 0,38$$

h'' ist eine steigende lineare Funktion mit der Nullstelle $t_0 = 26,38\dots$

Für alle $t < t_0$ ist $h''(t)$ negativ. Der Graph von h ist daher für alle $t < t_0$ (und somit insbesondere für alle $t \in [1; 24]$) negativ gekrümmt.

c3) Die Widerristhöhe nimmt im Alter von 12 Monaten um rund 2,2 cm/Monat zu.

Lösungsschlüssel

- a1) 1 × A1: für das richtige Erstellen der Formel
- a2) 1 × A2: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
- b1) 1 × C: für das richtige Ergänzen der beiden Textlücken
- c1) 1 × B: für das richtige Berechnen des Alters
- c2) 1 × D: für das richtige Nachweisen mithilfe der 2. Ableitung von h
- c3) 1 × C: für das richtige Interpretieren im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit