Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Kredit und Sparbuch*

Aufgabennummer: B_469

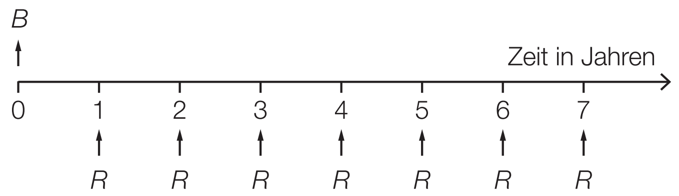
Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Die Begriffe *Kredit* und *Sparbuch* werden in dieser Aufgabe in vereinfachter Form ohne Berücksichtigung von Gebühren oder Steuern verwendet.

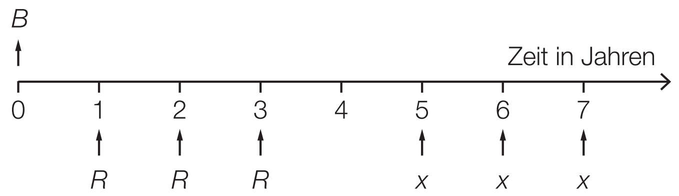
a) Die unten stehenden Zeitachsen beschreiben die Rückzahlungen von 2 Krediten, die nach 7 Jahren vollständig getilgt sind.

Bei beiden Krediten sind der Zinssatz, die Kredithöhe B und die Ratenhöhe R jeweils gleich hoch.

Kredit 1:



Kredit 2:



1) Argumentieren Sie, dass die Ratenhöhe x höher sein muss als die Ratenhöhe R.

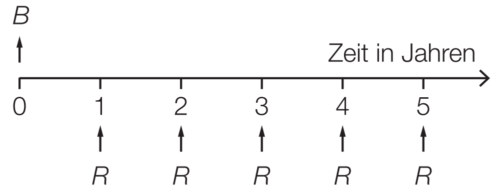
Die Kredithöhe B beträgt € 10.000. Der Zinssatz beträgt 3 % p. a.

2) Berechnen Sie die Ratenhöhe R.

3) Berechnen Sie für Kredit 2 die Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt $t = 4$ Jahre.

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Ein Kredit in der Höhe B wird mit einem Jahreszinssatz i verzinst.
Die Höhe der jährlichen Rate beträgt R.



Nachdem die erste Rate R zurückgezahlt wurde, beträgt die Restschuld B_1.

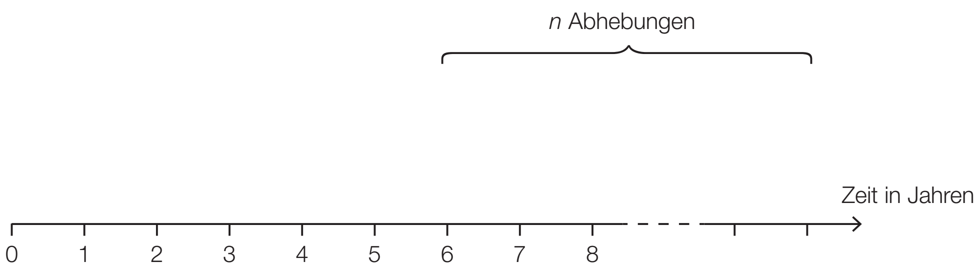
1) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von B_1 aus B, R und i.

B_1 = ____

c) Jemand zahlt in 4 aufeinanderfolgenden Jahren jeweils zu Jahresbeginn einen Betrag in Höhe von € 300 auf ein Sparbuch ein. Der Zinssatz beträgt 1,5 % p.a.

Beginnend 3 Jahre nach der letzten Einzahlung wird jeweils jährlich ein Betrag in Höhe von € 150 abgehoben.
Insgesamt finden n Abhebungen statt. Die letzte Abhebung setzt sich dabei aus den € 150 und einem Restbetrag x mit € $0 < x <$ € 150 zusammen.

1) Vervollständigen Sie die nachstehende Zeitachse so, dass sie den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$K = 300 \cdot 1{,}015^6 + 300 \cdot 1{,}015^5 + 300 \cdot 1{,}015^4 + 300 \cdot 1{,}015^3 \approx 1\,283{,}33$

2) Beschreiben Sie die Bedeutung von K im gegebenen Sachzusammenhang.

3) Berechnen Sie die Anzahl n der Abhebungen.

Möglicher Lösungsweg

a1) Bei Kredit 2 wird eine Ratenzahlung ausgesetzt, dadurch muss die verbleibende Ratenhöhe x größer sein als die ursprüngliche Ratenhöhe R.

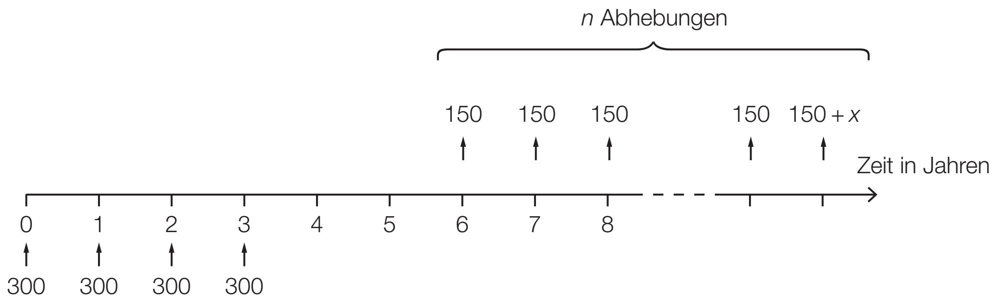
a2) $10\,000 = R \cdot \frac{1{,}03^7 - 1}{0{,}03} \cdot \frac{1}{1{,}03^7}$
$R = 1\,605{,}063...$
Die Ratenhöhe R beträgt € 1.605,06.

a3) $10\,000 \cdot 1{,}03^4 - 1\,605{,}06 \cdot 1{,}03^3 - 1\,605{,}06 \cdot 1{,}03^2 - 1\,605{,}06 \cdot 1{,}03 = 6\,145{,}175...$
Die Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt 4 beträgt € 6.145,18.

Wird bei der Berechnung der Höhe der Restschuld die ungerundete Ratenhöhe verwendet, so ist dies ebenfalls als richtig zu werten.

b1) $B_1 = B \cdot (1 + i) - R$

c1)



c2) K ist das angesparte Kapital nach 6 Jahren.

c3) $1\,283{,}33 = 150 \cdot \frac{1{,}015^n - 1}{0{,}015} \cdot \frac{1}{1{,}015^{n-1}}$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $n = 9{,}0...$
Es finden 9 Abhebungen statt.

Lösungsschlüssel

a1) 1 × D: für die richtige Argumentation
a2) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Ratenhöhe R
a3) 1 × B2: für die richtige Berechnung der Höhe der Restschuld zum Zeitpunkt $t = 4$ Jahre
b1) 1 × A: für das richtige Erstellen der Formel zur Berechnung von B_1
c1) 1 × A: für das richtige Vervollständigen der Zeitachse
c2) 1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang
c3) 1 × B: für die richtige Berechnung von n