Kreativ-Workshop*

Aufgabennummer: B_383

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) In den kommenden Sommerferien möchte der Kulturverband einer Großstadt eine Kombination aus Ausstellungsbesuch, Malkurs und Mittagessen für Kinder anbieten.

Laut einer Umfrage würde dieses Angebot bei einem Preis von € 23 pro Kind für 1 050 Kinder gebucht werden. Bei einem Preis von € 27 pro Kind würde dieses Angebot für 990 Kinder gebucht werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen linearen Preisfunktion der Nachfrage auf.

b) Die Preisfunktion der Nachfrage p für einen 2-tägigen Kreativ-Workshop ist erhoben worden:

$p(x) = -0{,}5 \cdot x + 220$

x ... Anzahl der teilnehmenden Personen
$p(x)$ ... Preis bei x Personen in € pro Person

– Berechnen Sie denjenigen Preis pro Person, bei dem 200 Personen zu erwarten sind.
– Geben Sie den Höchstpreis an.
– Berechnen Sie die Sättigungsmenge.

c) Bei einem Kreativ-Workshop fallen für den Veranstalter Kosten an, die sich näherungsweise durch die folgende Kostenfunktion K beschreiben lassen:

$K(x) = 0{,}01 \cdot x^2 + 35 \cdot x + 4800$

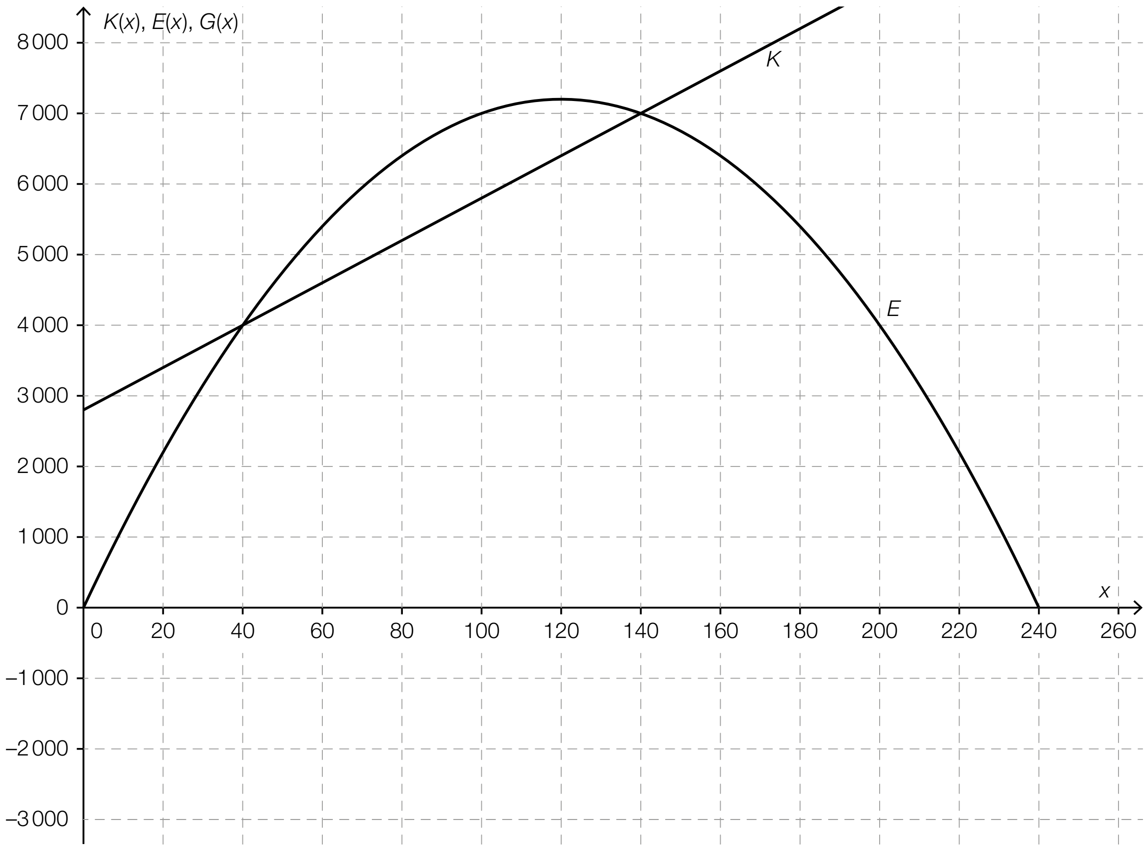
x ... Anzahl der teilnehmenden Personen
$K(x)$ ... Gesamtkosten bei x Personen in €

Der Preis für den Kreativ-Workshop beträgt € 129 pro Person.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen Gewinnfunktion G auf.
– Berechnen Sie, bei welcher Anzahl an teilnehmenden Personen für diesen Workshop der Break-even-Point erreicht wird.

* ehemalige Klausuraufgabe

d) Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen einer quadratischen Erlösfunktion E und einer linearen Kostenfunktion K.



– Erklären Sie mathematisch, warum die zugehörige Gewinnfunktion eine quadratische Funktion sein muss.

– Zeichnen Sie den Graphen der zugehörigen Gewinnfunktion G im Intervall von 0 bis zur oberen Gewinngrenze in der obigen Abbildung ein.

– Beschreiben Sie, wie sich die beiden Gewinngrenzen verändern, wenn die Fixkosten steigen.

Möglicher Lösungsweg

a) $p(x) = k \cdot x + d$

x … Nachfragemenge
$p(x)$ … Preis bei der Nachfrage x in € pro Kind

$23 = k \cdot 1\,050 + d$
$27 = k \cdot 990 + d$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$k = -\frac{1}{15}$, $d = 93$
$p(x) = -\frac{1}{15} \cdot x + 93$

b) $p(200) = -0{,}5 \cdot 200 + 220 = 120$

Der Preis, bei dem 200 teilnehmende Personen zu erwarten sind, beträgt € 120 pro Person.

Der Höchstpreis beträgt € 220 pro Person.

$p(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{220}{0{,}5} = 440$

Die Sättigungsmenge liegt bei 440 Personen.

c) $G(x) = E(x) - K(x) = 129 \cdot x - (0{,}01 \cdot x^2 + 35 \cdot x + 4\,800) = -0{,}01 \cdot x^2 + 94 \cdot x - 4\,800$

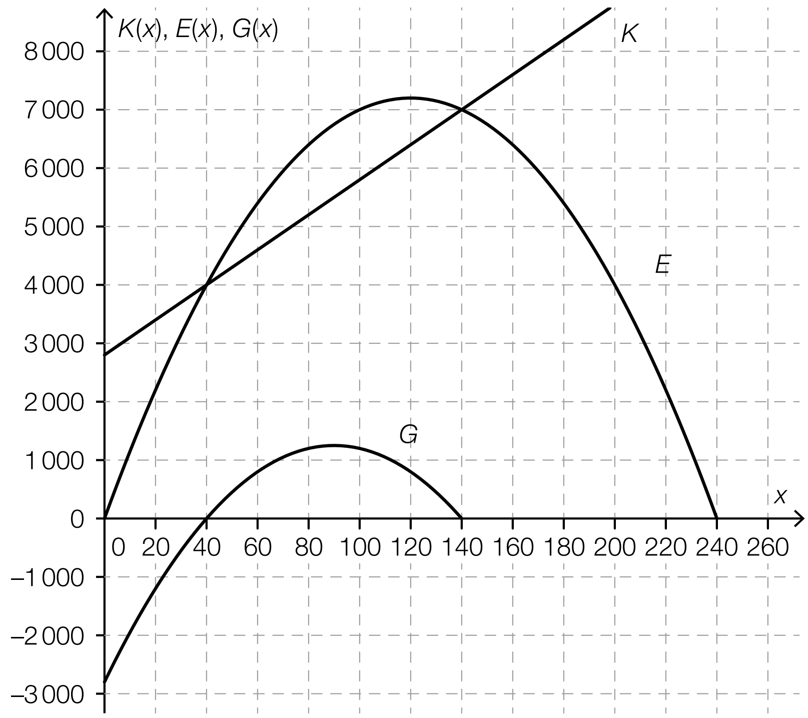
x … Anzahl der teilnehmenden Personen
$G(x)$ … Gewinn bei x Personen in €

$G(x) = 0$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$x = 51{,}3\ldots$

Ab 52 teilnehmenden Personen wird Gewinn erzielt.

d) Wird von einem quadratischen Term ein linearer Term abgezogen, so ist das Ergebnis wieder ein quadratischer Term.



Die untere Gewinngrenze wird höher und die obere Gewinngrenze niedriger.

oder:

Der Gewinnbereich wird schmäler.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung der Preisfunktion der Nachfrage

b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Preises pro Person, bei dem 200 teilnehmende Personen zu erwarten sind
1 × C: für das richtige Angeben des Höchstpreises
1 × B2: für die richtige Berechnung der Sättigungsmenge

c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Gewinnfunktion
1 × B: für die richtige Berechnung der Teilnehmerzahl, bei der der Break-even-Point erreicht wird

d) 1 × D: für die richtige mathematische Erklärung
1 × A: für das richtige Einzeichnen des Funktionsgraphen (Graph einer quadratischen Funktion mit richtigem Ordinatenabschnitt und richtigen Nullstellen)
1 × C: für die richtige Beschreibung