Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Kosten*

Aufgabennummer: B_319

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

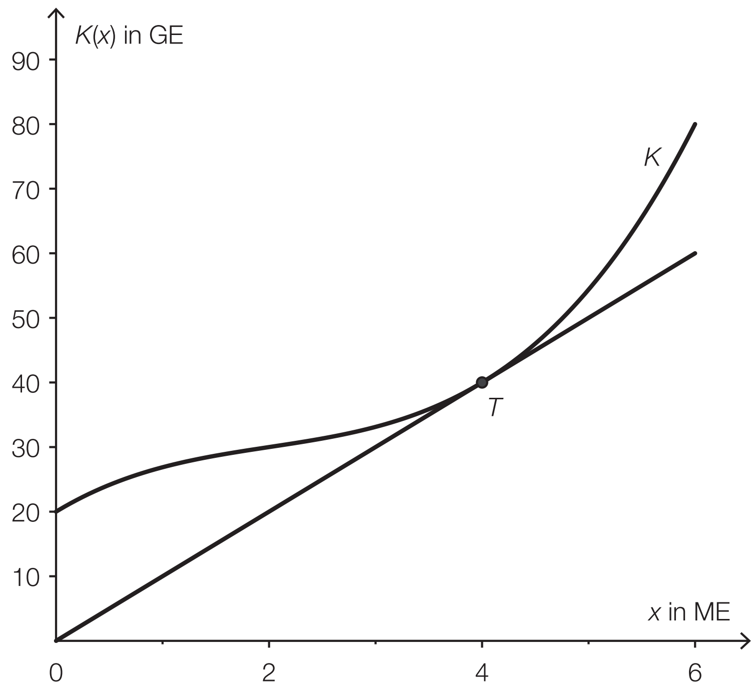
Kostenfunktionen geben den Zusammenhang zwischen der produzierten Menge und den dazugehörigen Gesamtproduktionskosten an.

a) Von einer kubischen Kostenfunktion K mit $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ kennt man folgende Eigenschaften:

(1) Die Fixkosten betragen 4 GE.
(2) Bei einer Produktionsmenge von 10 ME betragen die Gesamtkosten 2 124 GE.
(3) Das Betriebsoptimum liegt bei 2 ME.
(4) Die langfristige Preisuntergrenze beträgt 14 GE/ME.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung dieser Kostenfunktion auf.

b) Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer anderen Kostenfunktion und die Tangente an diesen Graphen durch den Koordinatenursprung.



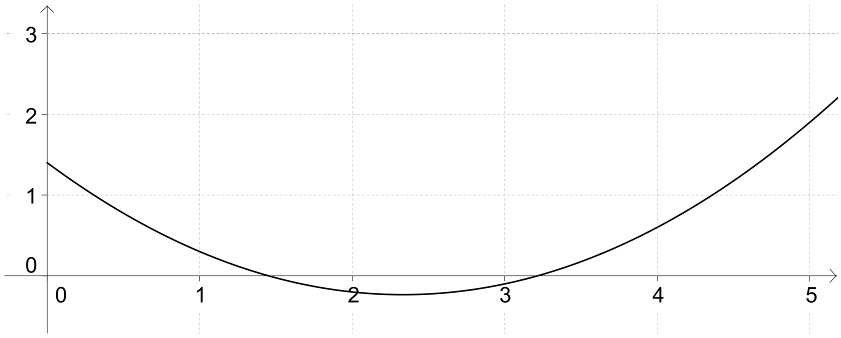
– Interpretieren Sie die Bedeutung der x-Koordinate des Berührpunktes T und der Steigung dieser Tangente im Sachzusammenhang.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Gegeben ist die Kostenfunktion K mit $K(x) = 0{,}1x^3 - 0{,}6x^2 + 5x + 10$ für eine produzierte Menge von $0 \leq x \leq 6$ ME.

– Berechnen Sie die Kostenkehre.
– Geben Sie diejenigen Bereiche an, in denen der Kostenverlauf degressiv bzw. progressiv ist.

d) – Begründen Sie, warum der Funktionsgraph in der nachstehenden Abbildung keine Grenzkostenfunktion einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion beschreiben kann.



Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Stückkostenfunktion: $\overline{K}(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c + \frac{d}{x}$

(1) $K(0) = 4$: $d = 4$

(2) $K(10) = 2\,124$: $2\,124 = 1\,000a + 100b + 10c + d$

(3) $\overline{K}'(2) = 0$: $0 = 4a + b - \frac{d}{4}$

(4) $\overline{K}(2) = 14$: $14 = 4a + 2b + c + \frac{d}{2}$

b) Die x-Koordinate des Berührpunktes T ist das Betriebsoptimum.
Die Steigung dieser Tangente ist die langfristige Preisuntergrenze.

c) $K''(x) = 0$: $0{,}6x - 1{,}2 = 0 \Rightarrow x = 2$
Die Kostenkehre liegt bei 2 ME.

Der Kostenverlauf ist für $x < 2$ ME degressiv.
Der Kostenverlauf ist für $x > 2$ ME progressiv.

d) Der gegebene Funktionsgraph kann keine Grenzkostenfunktion einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion beschreiben, weil eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion streng monoton wachsend ist und daher die Grenzkostenfunktion keine negativen Funktionswerte hat.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen von Gleichung (1) und (2)
1 × A2: für das richtige Aufstellen von Gleichung (3)
1 × A3: für das richtige Aufstellen von Gleichung (4)

b) 1 × C: für die richtige Interpretation der x-Koordinate und der Steigung im Sachzusammenhang

c) 1 × B: für die richtige Berechnung der Kostenkehre
1 × C: für die Angabe der richtigen degressiven und progressiven Bereiche

d) 1 × D: für die richtige Begründung