

# Konfiserie

Aufgabennummer: B\_196

Technologieeinsatz:                      möglich                       erforderlich

Eine Konditorei möchte Pralinen aus Eigenproduktion anbieten. Um die Nachfrage abschätzen zu können, werden zunächst 4 verschiedene Bonbonnieren ( $B_1, B_2, B_3, B_4$ ) aus 4 Sorten Pralinen (Marzipan, Nougat, Kokos, Krokant) angeboten. Die folgende Tabelle gibt an, wie viel Stück einer jeden Pralinenart in jeder Bonbonniere enthalten sind:

|                     |          | Bonbonnieren |       |       |       |
|---------------------|----------|--------------|-------|-------|-------|
|                     |          | $B_1$        | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ |
| Pralinen-<br>sorten | Marzipan | 5            | 3     | 4     | 4     |
|                     | Nougat   | 4            | 3     | 5     | 0     |
|                     | Kokos    | 2            | 3     | 3     | 4     |
|                     | Krokant  | 1            | 3     | 0     | 4     |

- a) Aus 181 Marzipanpralinen, 142 Nougatpralinen, 144 Kokospralinen und 97 Krokantpralinen wurden Bonbonnieren zusammengestellt.
- Berechnen Sie, wie viele Bonbonnieren der Sorten  $B_1, B_2, B_3$  und  $B_4$  mit diesen Pralinen hergestellt werden können.
- b) In der folgenden Tabelle sind die Herstellungskosten pro Praline jeweils als Variable angegeben:

|               | Marzipan | Nougat | Kokos | Krokant |
|---------------|----------|--------|-------|---------|
| Kosten (in €) | $K_1$    | $K_2$  | $K_3$ | $K_4$   |

Für die Verpackung fallen Materialkosten in Höhe von € 2,50 pro Bonbonniere an. Pro Bonbonniere wird ein Gewinn von 10 % berechnet.

- Erstellen Sie eine Formel in Matrixschreibweise, mit deren Hilfe die Verkaufspreise  $P_1, P_2, P_3$  und  $P_4$  der Bonbonnieren  $B_1, B_2, B_3$  und  $B_4$  berechnet werden können.
  - Begründen Sie, wie viele Zeilen und Spalten die sich ergebende Matrix haben muss.
- c) Die Glasur der Pralinen wird in 3 Typen aus unterschiedlichem Gehalt an Kakao, Zucker und Kakaobutter hergestellt. Jeweils 100 Gramm (g) einer Glasur enthalten die in der untenstehenden Tabelle angegebene Masse dieser Zutaten in g.

|             | Typ 1 (dunkel) | Typ 2 (mittel) | Typ 3 (hell) |
|-------------|----------------|----------------|--------------|
| Kakao       | 40             | 37             | 35           |
| Zucker      | 30             | 40             | 45           |
| Kakaobutter | 30             | 23             | 20           |

Für die Glasur von jeweils 50 Stück der verschiedenen Pralinenarten werden folgende

Mengen (in Einheiten zu 100 Gramm) benötigt:

|       | Marzipan | Nougat | Kokos | Krokant |
|-------|----------|--------|-------|---------|
| Typ 1 |          |        |       | 5       |
| Typ 2 | 5        | 2      |       | 3       |
| Typ 3 | 2        | 3      | 6     |         |

- Erstellen Sie einen Gozinto-Graphen, der die Verflechtung zwischen den Rohstoffen (Kakao, Zucker und Kakaobutter), den Glasurtypen und den Pralinsorten beschreibt.
- Interpretieren Sie diesen Graphen hinsichtlich der Zusammensetzung der Glasur von 50 Stück Marzipanpralinen.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

- a)  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  bezeichnen die Anzahl der hergestellten Bonbonnieren  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  und  $B_4$ .

Lösung mit Gleichungssystem:

$$5a + 3b + 4c + 4d = 181$$

$$4a + 3b + 5c = 142$$

$$2a + 3b + 3c + 4d = 144$$

$$a + 3b + 4d = 97$$

mittels Technologieeinsatz:  $a = 8$ ,  $b = 15$ ,  $c = 13$ ,  $d = 11$

Alternativer Lösungsweg (mit inverser Matrix):

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 181 \\ 142 \\ 144 \\ 97 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 181 \\ 142 \\ 144 \\ 97 \end{pmatrix}$$

Mittels Technologieeinsatz:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,375 & 0 & -0,5 & 0,125 \\ -0,292 & 0,333 & -0,167 & 0,458 \\ -0,125 & 0 & 0,5 & -0,375 \\ 0,125 & -0,25 & 0,25 & -0,125 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 181 \\ 142 \\ 144 \\ 97 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 15 \\ 13 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Es können 8 Bonbonnieren  $B_1$ , 15 Bonbonnieren  $B_2$ , 13 Bonbonnieren  $B_3$  und 11 Bonbonnieren  $B_4$  hergestellt werden.

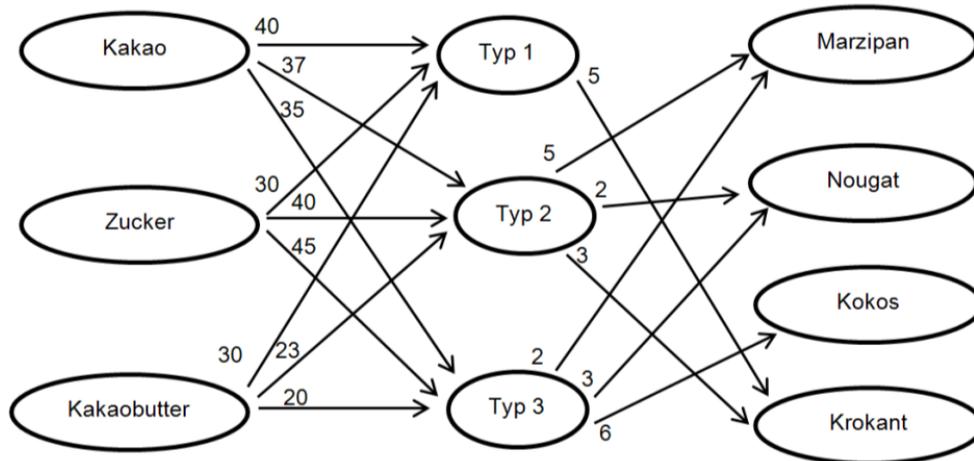
*Hinweis: Werden die Einträge der inversen Matrix nicht gerundet, ergeben sich leicht abweichende Zahlenwerte im Ergebnisvektor.*

- b) Verkaufspreisvektor:

$$(P_1 \ P_2 \ P_3 \ P_4) = \left[ (K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4) \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} + (2,5 \ 2,5 \ 2,5 \ 2,5) \right] \cdot 1,1$$

Das Ergebnis muss eine  $1 \times 4$ -Matrix sein (also 1 Zeile und 4 Spalten aufweisen), da bei der Multiplikation  $1 \times 4$  mal  $4 \times 4$  eine  $1 \times 4$ -Matrix entsteht und die weiteren Rechenschritte die Dimension der Matrix nicht mehr beeinflussen.

c)



Die Glasur von 50 Stück Marzipanpralinen besteht aus 5 Einheiten Typ 2 und 2 Einheiten Typ 3. In einer Einheit Typ 2 sind 37 g Kakao, 40 g Zucker und 23 g Kakaobutter, in einer Einheit Typ 3 sind 35 g Kakao, 45 g Zucker und 20 g Kakaobutter enthalten. Insgesamt besteht die Glasur also aus:

- Kakao:  $5 \cdot 37 \text{ g} + 2 \cdot 35 \text{ g} = 255 \text{ g}$
- Zucker:  $5 \cdot 40 \text{ g} + 2 \cdot 45 \text{ g} = 290 \text{ g}$
- Kakaobutter:  $5 \cdot 23 \text{ g} + 2 \cdot 20 \text{ g} = 155 \text{ g}$

## Klassifikation

Teil A       Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) schwer
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 4

Thema: Wirtschaft

Quelle: <http://backelt.net/download/bmi/schriftenreihe/10.pdf>