

Gürtelproduktion*

Aufgabennummer: B_351

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

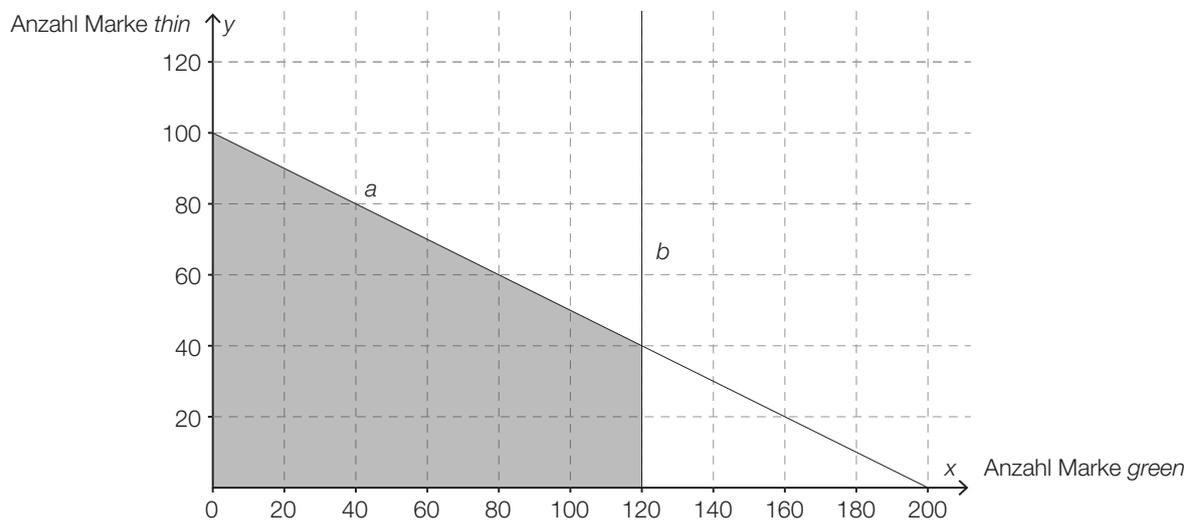
Ein Unternehmen stellt unterschiedliche Ledergürtel her.

a) Die Herstellung eines Gürtels der Marke *dark* dauert 5 Minuten, die eines Gürtels der Marke *small* dauert 2 Minuten. Insgesamt stehen pro Tag höchstens 600 Minuten für die Gürtelproduktion zur Verfügung.

Die Lederbelieferung erlaubt nur die Produktion von maximal 200 Gürteln pro Tag (gleich welcher Marke).

– Stellen Sie die beiden Ungleichungen auf, die diese Produktionseinschränkungen für x Gürtel der Marke *dark* und y Gürtel der Marke *small* beschreiben.

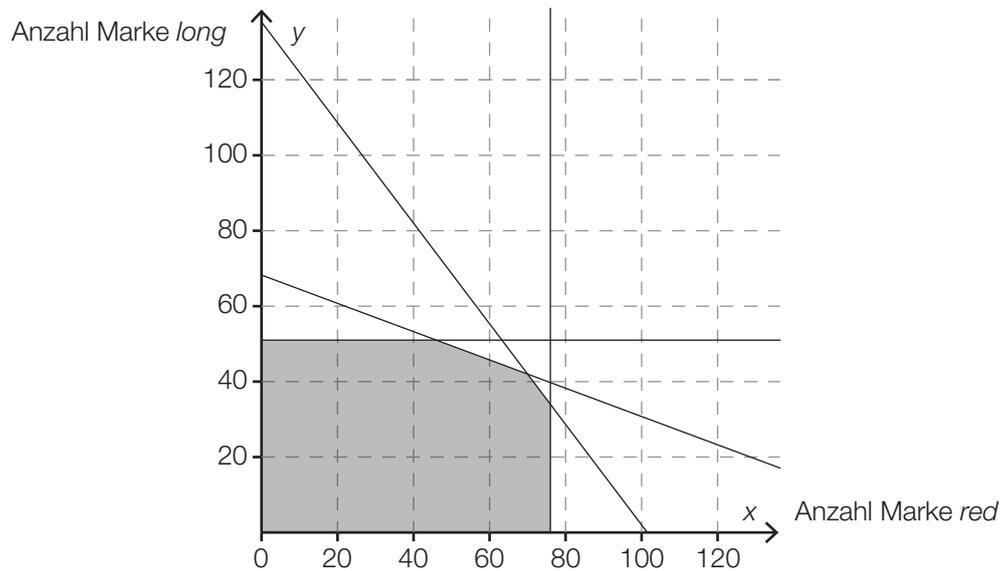
b) In der nachstehenden Grafik ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die Gürtelproduktion der Marken *green* und *thin* angegeben.



– Stellen Sie die Gleichung der Geraden *a* auf.

– Stellen Sie die Gleichung der Geraden *b* auf.

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die Gürtelproduktion der Marken *red* und *long* dargestellt.



Die Zielfunktion Z beschreibt den Gewinn in Euro: $Z(x, y) = 2 \cdot x + 3 \cdot y$

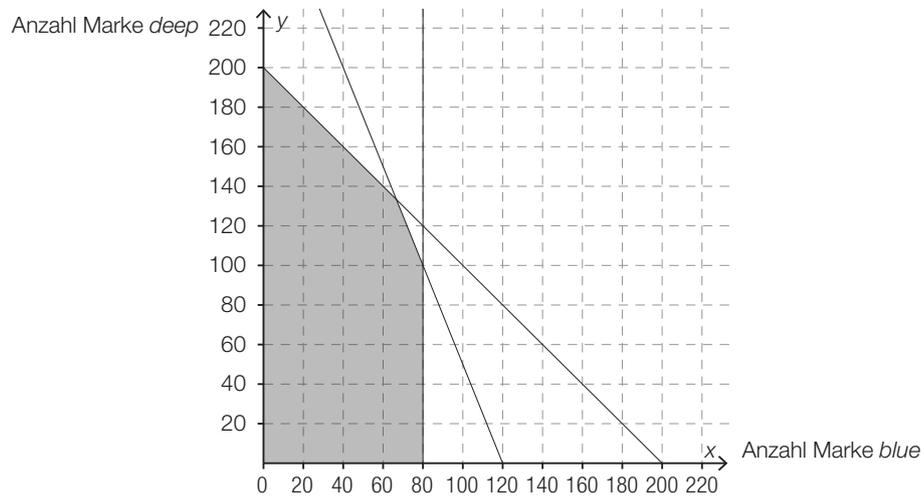
x ... Anzahl der Gürtel der Marke *red*

y ... Anzahl der Gürtel der Marke *long*

Dieser Gewinn soll maximiert werden.

- Zeichnen Sie diejenige Gerade, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird, in der obigen Abbildung ein.
- Lesen Sie die optimalen Produktionsmengen näherungsweise ab.
- Ermitteln Sie den maximalen Gewinn.

d) In der nachstehenden Abbildung ist der Lösungsbereich der Produktionseinschränkungen für die Gürtelproduktion der Marken *blue* und *deep* dargestellt.



Jemand behauptet, dass der maximale Gewinn erreicht wird, wenn 60 Gürtel der Marke *blue* und 120 Gürtel der Marke *deep* produziert und verkauft werden.

– Erklären Sie, warum man ohne Kenntnis der Zielfunktion beurteilen kann, dass diese Behauptung falsch ist.

Hinweis zur Aufgabe:

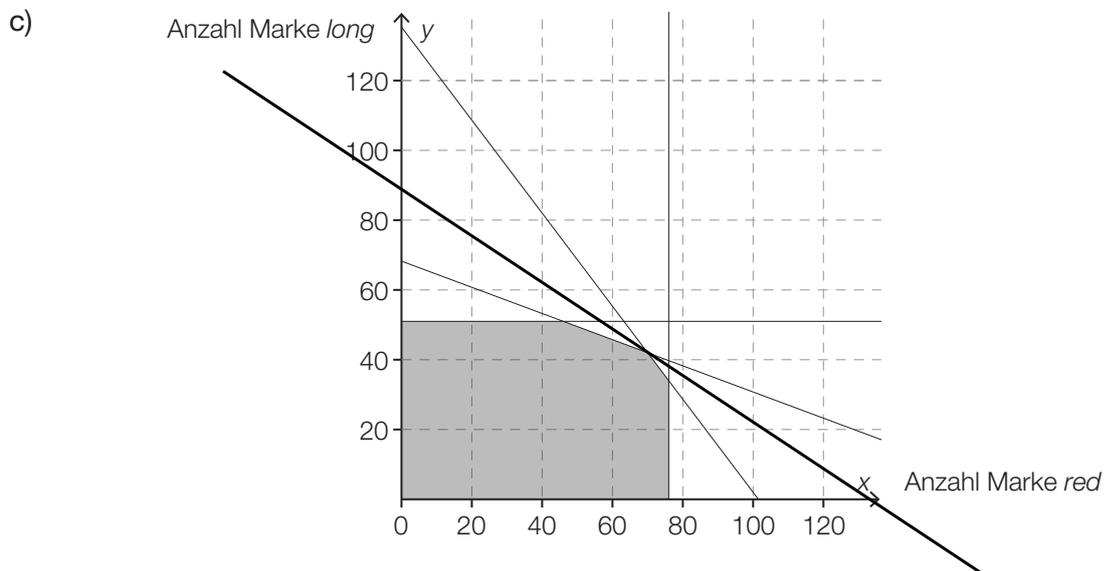
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $5 \cdot x + 2 \cdot y \leq 600$
 $x + y \leq 200$

b) a: $y = -\frac{1}{2} \cdot x + 100$
 b: $x = 120$

Auch eine Angabe als Ungleichung ist als richtig zu werten.



optimale Produktionsmengen:

70 Stück der Marke *red*
 Toleranzbereich: [67; 73]

42 Stück der Marke *long*
 Toleranzbereich: [41; 45]

$$2 \cdot 70 + 3 \cdot 42 = 266$$

Der maximale Gewinn beträgt € 266.

d) Wenn 60 Gürtel der Marke *blue* und 120 Gürtel der Marke *deep* produziert und verkauft werden, kann der maximale Gewinn nicht erreicht werden, weil der Punkt (60|120) nicht am Rand des Lösungsbereichs liegt.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Ungleichung mithilfe der Information bezüglich der zur Verfügung stehenden Zeit
1 × A2: für das richtige Aufstellen der Ungleichung mithilfe der Information bezüglich der Belieferungseinschränkung
- b) 1 × A1: für das richtige Aufstellen der Gleichung der Geraden a
1 × A2: für das richtige Aufstellen der Gleichung der Geraden b
Auch eine Angabe als Ungleichung ist als richtig zu werten.
- c) 1 × B1: für das richtige Einzeichnen der Geraden, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird
1 × C: für das richtige Ablesen der optimalen Produktionsmengen
(Toleranzbereich: [67; 73] bzw. [41; 45])
1 × B2: für das richtige Ermitteln des maximalen Gewinns
- d) 1 × D: für die richtige Erklärung