

Erfassen der Geschwindigkeit*

Aufgabennummer: A_196

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Auf einer Teststrecke werden Messungen durchgeführt.

- a) Die Teststrecke beginnt bei einem Stoppschild. Die Messergebnisse für ein Auto auf dieser Strecke sind in folgender Tabelle angegeben:

	am Stoppschild	Messung 1	Messung 2
Zeit t in min	0	1	2,5
zurückgelegter Weg $s_1(t)$ in km	0	1	3

Der zurückgelegte Weg soll in Abhängigkeit von der Zeit t im Zeitintervall $[0; 2,5]$ durch eine Polynomfunktion s_1 mit $s_1(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ beschrieben werden.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion s_1 .
- Berechnen Sie diese Koeffizienten.

- b) Der zurückgelegte Weg eines anderen Autos kann näherungsweise durch die Funktion s_2 beschrieben werden:

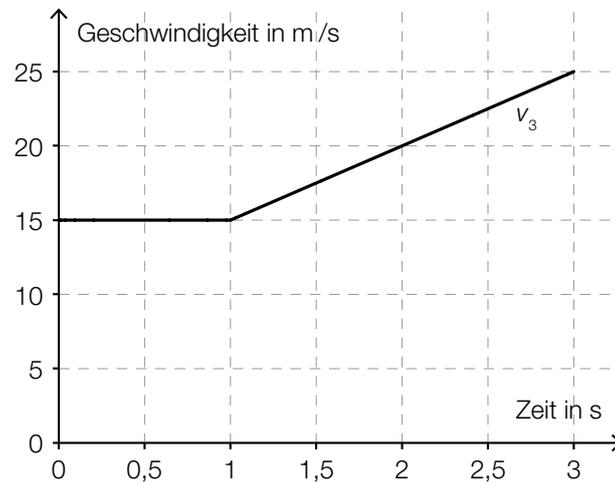
$$s_2(t) = -\frac{1}{3} \cdot t^3 + 2 \cdot t^2 + \frac{1}{3} \cdot t \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 3$$

t ... Zeit in min

$s_2(t)$... zurückgelegter Weg zur Zeit t in km

- Überprüfen Sie nachweislich, ob die Geschwindigkeit dieses Autos zu Beginn des angegebenen Zeitintervalls null ist.
- Berechnen Sie, nach welcher Zeit t_0 die Beschleunigung des Autos im angegebenen Zeitintervall null ist.
- Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit zu dieser Zeit t_0 maximal ist.

- c) Die Geschwindigkeit eines anderen Autos kann im Zeitintervall $[0; 3]$ näherungsweise durch die Funktion v_3 beschrieben werden. Der Graph dieser Funktion v_3 ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Weg-Zeit-Funktion s_3 im Zeitintervall $[1; 3]$ mit $s_3(1) = 15$.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $s_1(0) = 0$
 $s_1(1) = 1$
 $s_1(2,5) = 3$

oder:

$$0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$$

$$1 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$$

$$3 = a \cdot 2,5^2 + b \cdot 2,5 + c$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = \frac{2}{15}$$

$$b = \frac{13}{15}$$

$$c = 0$$

b) $v_2(t) = s_2'(t) = -t^2 + 4 \cdot t + \frac{1}{3}$
 $v_2(0) = \frac{1}{3} \neq 0$

Das Auto hatte zu Beginn des angegebenen Zeitintervalls eine Geschwindigkeit ungleich 0.

$$a_2(t) = s_2''(t) = -2 \cdot t + 4$$

$$a_2(t_0) = 0 \Rightarrow t_0 = 2$$

An der Stelle $t_0 = 2$ gilt:

$$v_2'(2) = a_2(2) = 0$$

$$v_2''(2) = a_2'(2) = -2 < 0$$

Daraus folgt, dass die Geschwindigkeit zur Zeit t_0 maximal ist.

Eine Überprüfung der Randstellen ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.

c) $v_3(t) = 5 \cdot t + 10$ mit $1 \leq t \leq 3$

Integrieren ergibt:

$$s_3(t) = \frac{5}{2} \cdot t^2 + 10 \cdot t + C$$

Wegen $s_3(1) = 15$ gilt:

$$s_3(t) = \frac{5}{2} \cdot t^2 + 10 \cdot t + \frac{5}{2} \text{ mit } 1 \leq t \leq 3$$

t ... Zeit in s

$s_3(t)$... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten
- b) 1 × D1: für den richtigen Nachweis, dass die Geschwindigkeit ungleich null ist
1 × B: für die richtige Berechnung der Zeit t_0
1 × D2: für den richtigen Nachweis, dass die Geschwindigkeit zur Zeit t_0 maximal ist
Eine Überprüfung der Randstellen ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.
- c) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung