

Ansparpläne*

Aufgabennummer: B_382

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Für die Finanzierung größerer Anschaffungen ist es oft nötig, einen Geldbetrag anzusparen. Im Folgenden wird die Kapitalertragsteuer nicht berücksichtigt.

a) Andrea möchte einen Geldbetrag E ansparen.

Dazu legt sie einen Geldbetrag B , der mit dem jährlichen Zinssatz i verzinst wird, für n Jahre auf einem Sparkonto an.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von E , wenn B , n und i bekannt sind.

$E =$ _____

– Formen Sie diese Formel nach dem Zinssatz i um.

b) Bernhard möchte auf einem Konto in 4 Jahren € 4.000 angespart haben. Dazu will er sofort € 1.000 auf das Konto legen, nach 1 Jahr € 1.500 und nach 3 Jahren den nötigen Restbetrag R . Der Zinssatz beträgt 3 % p. a.

– Veranschaulichen Sie diesen Zahlungsstrom auf einer Zeitachse.

– Erklären Sie in Worten (ohne Rechnung), warum der Restbetrag R kleiner als € 1.500 sein muss.

– Berechnen Sie den Restbetrag R .

c) Cornelia führt für ihren Ansparplan folgende Rechnung durch:

$$5000 \cdot 1,035^5 + 1000 \cdot 1,035^2 \approx 7009,66$$

– Beschreiben Sie diesen Ansparplan hinsichtlich der Zahlungen, des Zinssatzes, der Verzinsungsdauer und des angesparten Geldbetrags in Worten.

d) Daniel möchte in 2 Jahren insgesamt € 10.000 angespart haben. Seine Ersparnisse betragen derzeit € 4.000. Den Restbetrag will er ansparen, indem er jeweils am Ende jedes Monats einen gleichbleibenden Betrag anspart.

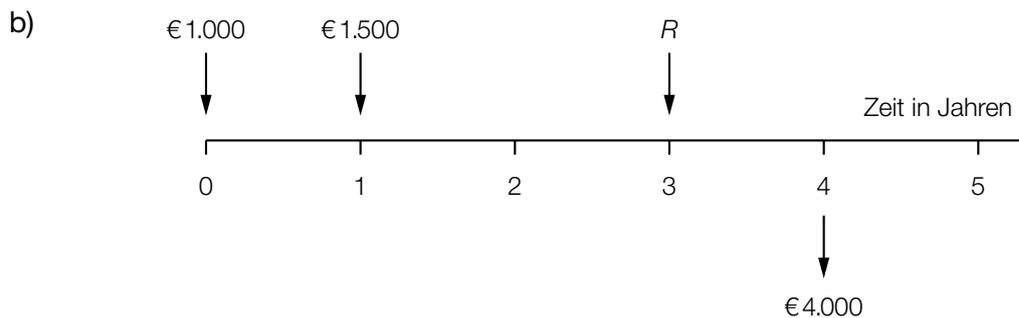
– Ermitteln Sie die Höhe dieses gleichbleibenden Betrags, wenn die Beträge nicht verzinst werden.

– Ermitteln Sie die Höhe dieses gleichbleibenden Betrags, wenn alle Beträge zu einem Zinssatz von 0,25 % p. m. veranlagt werden.

Möglicher Lösungsweg

a) $E = B \cdot (1 + i)^n$

$$i = \sqrt[n]{\frac{E}{B}} - 1$$



Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn der angesparte Betrag (€ 4.000) auf der Zeitachse nicht angegeben ist.

Der Restbetrag muss kleiner als € 1.500 sein, da die Einzahlungen verzinst werden.

Eine Begründung nur durch die nachstehende Rechnung ist nicht ausreichend.

$$1000 \cdot 1,03^4 + 1500 \cdot 1,03^3 + R \cdot 1,03 = 4000$$

$$R = \frac{4000 - 1000 \cdot 1,03^4 - 1500 \cdot 1,03^3}{1,03} = 1199,418\dots$$

Als Restbetrag müssen € 1.199,42 eingezahlt werden.

- c) € 5.000 werden 5 Perioden lang mit einem Zinssatz von 3,5 % pro Periode veranlagt. Nach 3 Perioden kommen noch € 1.000 dazu. Nach 5 Perioden beträgt der angesparte Geldbetrag € 7.009,66.

Wurden konkrete Perioden (z. B. Jahre) bei der Beschreibung verwendet, ist der Punkt zu vergeben.

- d) ohne Verzinsung:

$$\frac{6000}{24} = 250$$

Ohne Verzinsung beträgt die Ratenhöhe € 250.

mit Verzinsung:

$$4000 \cdot 1,0025^{24} + R \cdot \frac{1,0025^{24} - 1}{0,0025} = 10000$$

$$R = (10000 - 4000 \cdot 1,0025^{24}) \cdot \frac{0,0025}{1,0025^{24} - 1} = 232,887\dots$$

Mit Verzinsung beträgt die Ratenhöhe € 232,89.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel
1 × B: für das richtige Umformen der Formel nach der Variablen i
- b) 1 × A: für das richtige Darstellen auf einer Zeitachse (Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn der angesparte Betrag (€ 4.000) auf der Zeitachse nicht angegeben ist.)
1 × D: für eine richtige Erklärung zur Höhe des Restbetrags
1 × B: für die richtige Berechnung des Restbetrags
- c) 1 × C: für eine richtige Beschreibung (Wurden konkrete Perioden (z. B. Jahre) bei der Beschreibung verwendet, ist der Punkt zu vergeben.)
- d) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Ratenhöhe ohne Verzinsung
1 × B2: für das richtige Ermitteln der Ratenhöhe mit Verzinsung