Verkehrsbetriebe*

Aufgabennummer: B_294

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Städtische Verkehrsbetriebe analysieren ihre Einnahmen.

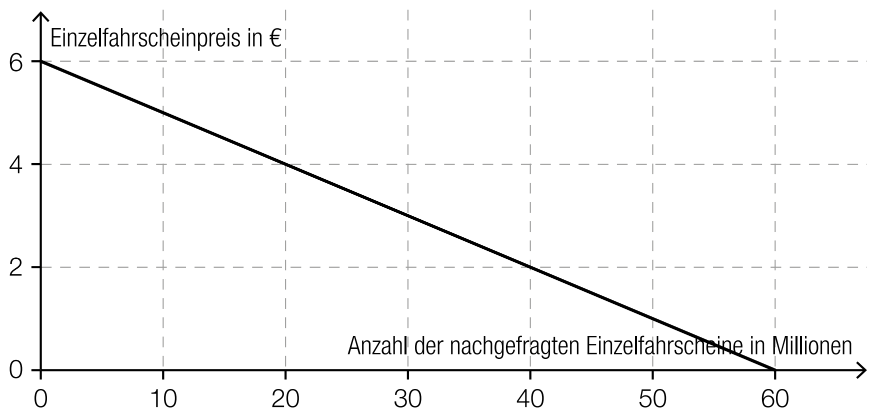
a) In der Stadt *A* können die Einnahmen der Verkehrsbetriebe durch den Verkauf von Einzelfahrscheinen modellhaft durch die folgende Erlösfunktion *E* beschrieben werden:

$E(x) = -0{,}1 \cdot x^2 + 6{,}6 \cdot x$

x ... Anzahl der verkauften Einzelfahrscheine in Millionen
$E(x)$ ... Erlös beim Verkauf von x Einzelfahrscheinen in Millionen Euro

1) Berechnen Sie den maximal möglichen Erlös in Euro.
2) Erstellen Sie eine Funktionsgleichung der zugehörigen Preisfunktion der Nachfrage.
3) Ermitteln Sie den zum maximalen Erlös führenden Einzelfahrscheinpreis in Euro.

b) In der Stadt *B* wird ein linearer Zusammenhang zwischen dem Einzelfahrscheinpreis in Euro und der Anzahl der nachgefragten Einzelfahrscheine in Millionen angenommen. Dieser Zusammenhang ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Höchstpreis ab.
2) Beschreiben Sie die Bedeutung der Sättigungsmenge im gegebenen Sachzusammenhang.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) In der Stadt C wird modellhaft angenommen, dass der Zusammenhang zwischen dem Einzelfahrscheinpreis in Euro und der Anzahl der nachgefragten Einzelfahrscheine in Millionen durch eine quadratische Funktion p beschrieben werden kann.

$p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x ... Anzahl der nachgefragten Einzelfahrscheine in Millionen
$p(x)$ ... Einzelfahrscheinpreis bei x nachgefragten Einzelfahrscheinen in Euro

Bei einem Einzelfahrscheinpreis von € 1,60 werden 50 Millionen Einzelfahrscheine nachgefragt. Bei einem Einzelfahrscheinpreis von € 1,80 werden 48 Millionen Einzelfahrscheine nachgefragt. Der Höchstpreis wird mit € 7,80 angenommen.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion p.

2) Berechnen Sie die Koeffizienten von p.

Möglicher Lösungsweg

a1) $E'(x) = -0{,}2 \cdot x + 6{,}6$

$E'(x) = 0$
$0 = -0{,}2 \cdot x + 6{,}6$
$x = 33$
$E(33) = 108{,}9$

Der maximale Erlös beträgt € 108,9 Millionen.
(Der Graph von E ist eine nach unten offene Parabel. Die Nullstelle der Ableitungsfunktion E' ist also eine Maximumstelle.)

a2) $p(x) = -0{,}1 \cdot x + 6{,}6$

a3) $p(33) = 3{,}3$

Bei einem Einzelfahrscheinpreis von € 3,30 ist der Erlös maximal.

b1) Höchstpreis: € 6

b2) Die Sättigungsmenge ist diejenige Anzahl an nachgefragten Einzelfahrscheinen in Millionen, wenn der Einzelfahrscheinpreis € 0 beträgt.

c1) $p(0) = 7{,}8$
$p(48) = 1{,}8$
$p(50) = 1{,}6$

oder:

$7{,}8 = c$
$1{,}8 = 2304 \cdot a + 48 \cdot b + c$
$1{,}6 = 2500 \cdot a + 50 \cdot b + c$

c2) Lösung des Gleichungssystems mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}0005$; $b = -0{,}149$; $c = 7{,}8$

Lösungsschlüssel

a1) 1 × B1: für die richtige Berechnung des maximalen Erlöses
(Die Zahl 108,9 allein als Lösung ist nicht als richtig zu werten.
Dass es sich bei der Nullstelle von E' um eine Maximumstelle handelt, muss weder überprüft noch argumentativ begründet werden.)
a2) 1 × A: für das richtige Erstellen der Funktionsgleichung
a3) 1 × B2: für das richtige Ermitteln des Einzelfahrscheinpreises bei maximalem Erlös

b1) 1 × C1: für das richtige Ablesen des Höchstpreises
b2) 1 × C2: für die richtige Beschreibung der Sättigungsmenge im gegebenen Sachzusammenhang

c1) 1 × A: für das richtige Erstellen des Gleichungssystems
c2) 1 × B: für die richtige Berechnung der Koeffizienten