

Staatseinnahmen und -ausgaben*

Aufgabennummer: B_352

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Die Statistik Austria gibt u. a. Auskunft über die Einnahmen und Ausgaben des Staates Österreich (vgl. Statistik Austria: Struktur der Einnahmen und Ausgaben des Staates, konsolidiert, Jahresdaten – erstellt am 30.09.2013).

- a) Die folgende Tabelle gibt die Ausgaben des Staates Österreich für den Zeitraum von 2006 bis 2012 in Milliarden Euro an:

Jahr	Ausgaben in Mrd. Euro
2006	127,293
2007	133,180
2008	139,494
2009	145,333
2010	150,593
2011	151,881
2012	158,735

- Ermitteln Sie mit diesem Datensatz die Gleichung der Regressionsgeraden, die die Ausgaben in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren annähert. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2006.
- Beurteilen Sie mithilfe des Korrelationskoeffizienten, ob die Regressionsgerade ein geeignetes Modell darstellt, um die Entwicklung der Ausgaben zu beschreiben.
- Berechnen Sie anhand dieses Modells näherungsweise die Ausgaben im Jahr 2015.

- b) Bei den Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern gab es besonders in den Jahren 2006 bis 2009 große Schwankungen.

Die folgende Tabelle gibt die prozentuelle Veränderung der Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern gegenüber dem jeweiligen Vorjahr an:

Jahr	2006	2007	2008	2009
Änderung	+6,0 %	+10,0 %	+8,1 %	–11,1 %

- Berechnen Sie die mittlere prozentuelle Änderung der Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern pro Jahr für den angegebenen Zeitraum.

c) Die Vermögenseinkommen auf der Einnahmenseite für die Jahre 1976 bis 2012 können näherungsweise durch die folgende quadratische Funktion V beschrieben werden:

$$V(t) = -0,0027 \cdot t^2 + 0,1732 \cdot t + 0,8381$$

t ... Anzahl der Jahre ab 1976, d. h., für das Jahr 1976 gilt: $t = 0$

$V(t)$... Vermögenseinkommen im Jahr t in Milliarden Euro

- Argumentieren Sie anhand der Funktionsgleichung, dass der Graph dieser Funktion einen Hochpunkt hat.
- Ermitteln Sie die Stelle dieses Maximums.
- Berechnen Sie das Integral $\int_0^{36} V(t) dt$.
- Interpretieren Sie den Wert dieses Integrals im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Ermitteln der Gleichung der Regressionsgeraden mittels Technologieeinsatz:

$$f(t) = 5,1 \cdot t + 128,5$$

Ermitteln des Korrelationskoeffizienten mittels Technologieeinsatz: $r \approx 0,992$

Da der Korrelationskoeffizient sehr nahe bei 1 liegt, kann ein starker linearer Zusammenhang vermutet werden.

$$f(9) = 174,39... \approx 174,4$$

Gemäß diesem Modell betragen die Staatsausgaben im Jahr 2015 rund € 174,4 Milliarden.

- b) $\sqrt[4]{1,06 \cdot 1,1 \cdot 1,081 \cdot 0,889} - 1 = 0,02886... \approx 2,89 \%$

Die mittlere prozentuelle Änderung der Einnahmen aus Einkommen- und Vermögensteuern pro Jahr beträgt im angegebenen Zeitraum rund +2,89 %.

- c) Da der Koeffizient $a = -0,0027$ negativ ist, ist der Graph dieser quadratischen Funktion eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitel dieser Parabel ist daher ein Hochpunkt.

$$V'(t) = -0,0054 \cdot t + 0,1732$$

$$V'(t) = 0 \Rightarrow t = 32,07... \approx 32,1$$

$$\text{Berechnung mittels Technologieeinsatz: } \int_0^{36} V(t) dt = 100,4148$$

Dieses Integral beschreibt näherungsweise die Summe der Vermögenseinkommen der Jahre 1976 bis 2012.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Gleichung der Regressionsgeraden
 1 × D: für die richtige Beurteilung mithilfe des Korrelationskoeffizienten
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Ausgaben im Jahr 2015
- b) 1 × B: für die richtige Berechnung der mittleren prozentuellen Änderung pro Jahr
- c) 1 × D: für die richtige Argumentation anhand der Funktionsgleichung
 1 × B1: für die richtige Berechnung der Stelle des Maximums
 1 × B2: für die richtige Berechnung des Integrals
 1 × C: für die richtige Interpretation des Integrals im gegebenen Sachzusammenhang