

Schmuckstücke

Aufgabennummer: A_241

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Goldschmied fertigt Schmuckstücke nach kreisrunden Designvorlagen.

- a) Die kreisrunde Designvorlage für einen Ohrring wird durch eine Trennlinie geteilt, die durch den Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades beschrieben werden kann (siehe Abbildung 1).

- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten dieser Polynomfunktion f ermittelt werden können.
- Berechnen Sie die Koeffizienten dieser Polynomfunktion f .

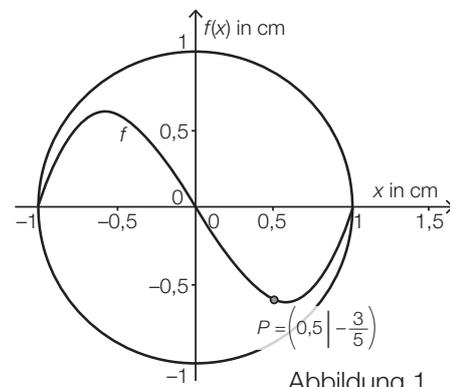


Abbildung 1

- b) Die kreisrunde Designvorlage für einen Armbandanhänger wird durch die in der Abbildung 2 veranschaulichte Fläche zwischen den beiden Funktionsgraphen von g und h geteilt.

$$h(x) = \frac{8}{9} \cdot x^3 - \frac{8}{9} \cdot x$$

$$g(x) = a \cdot h(x) \quad \text{mit } a > 0$$

$x, g(x), h(x)$... Koordinaten in Zentimetern (cm)

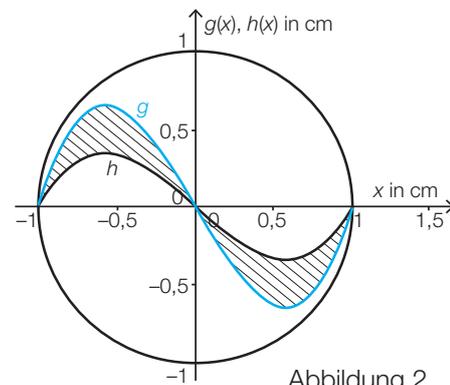


Abbildung 2

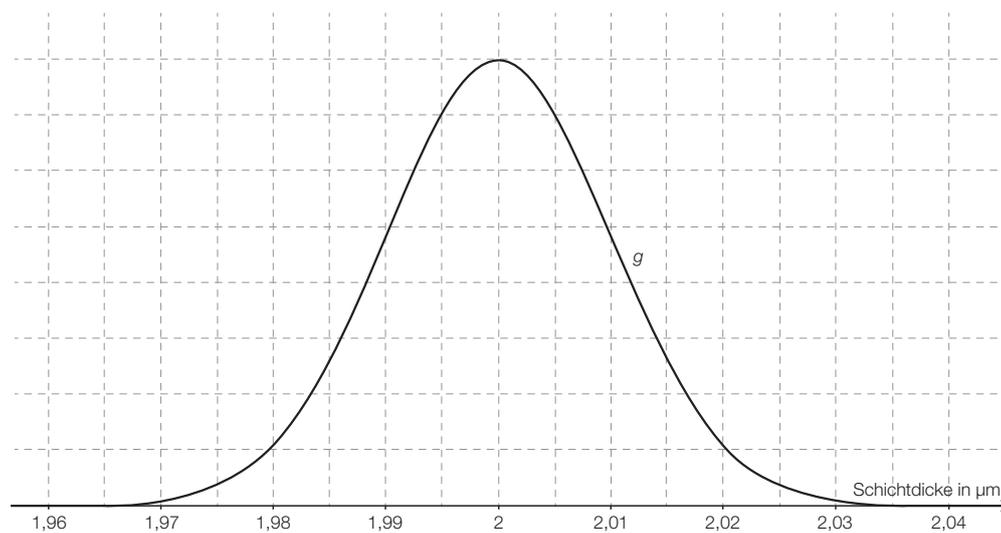
- Erklären Sie, was eine Multiplikation einer Funktion mit einem Faktor $a > 1$ bewirkt.
- Begründen Sie, warum gilt: $\int_{-1}^1 (g(x) - h(x)) dx = 0$
- Bestimmen Sie den Faktor a so, dass der schraffierte Flächeninhalt $0,4 \text{ cm}^2$ beträgt.

c) Für einen Kettenanhänger wird eine kreisrunde Designvorlage mit einem größeren Radius hergestellt.

– Ordnen Sie richtig aus A bis D zu. [2 zu 4]

Wird der Radius um 50 % vergrößert, ...		A	... so verdoppelt sich der Flächeninhalt.
Wird der Radius verdoppelt, ...		B	... so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an.
		C	... so vervierfacht sich der Flächeninhalt.
		D	... so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an.

d) Die Schmuckstücke werden mit einer Goldschicht überzogen. Die Schichtdicke in Mikrometern (μm) aller produzierten Schmuckstücke ist annähernd normalverteilt. Die nachstehende Grafik stellt die Dichtefunktion g dar.



- Lesen Sie die Parameter μ und σ aus der obigen Grafik ab.
- Veranschaulichen Sie in der obigen Grafik die Wahrscheinlichkeit, dass die Schichtdicke eines zufällig ausgewählten Schmuckstücks maximal 1,995 μm beträgt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

I: $(-1|0) \in f: \quad 0 = -a + b - c + d$

II: $(0|0) \in f: \quad 0 = d$

III: $(1|0) \in f: \quad 0 = a + b + c + d$

IV: $(0,5|-\frac{3}{5}) \in f: \quad -\frac{3}{5} = \frac{a}{8} + \frac{b}{4} + \frac{c}{2} + d$

Auch ein Gleichungssystem mit nur 2 Variablen ist zulässig, wenn man $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x$ mit Punktsymmetrie begründet.

$f(x) = 1,6 \cdot x^3 - 1,6 \cdot x$

- b) Die Multiplikation einer Funktion mit einem Faktor $a > 1$ bewirkt eine vertikale Streckung des Graphen um den Faktor a . (Die Null-, Extrem- und Wendestellen bleiben an der gleichen Stelle, nur deren y -Koordinaten werden mit a multipliziert.)

$\int_{-1}^1 g(x) - h(x) dx = 0$, da die Fläche rechts von der y -Achse genau der Fläche links von der y -Achse, jedoch mit negativem Vorzeichen entspricht.

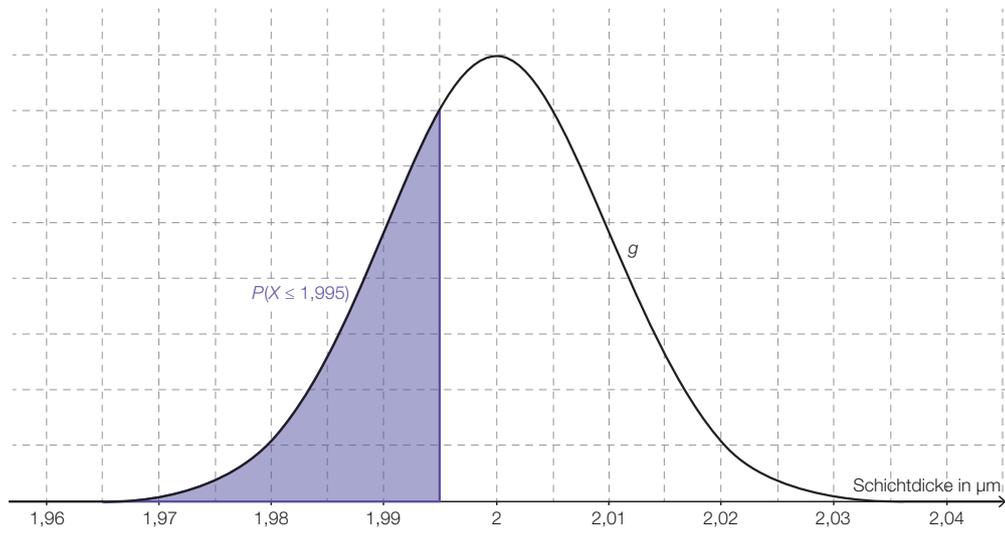
Zu lösen ist die Gleichung $\int_{-1}^0 \left(\frac{8 \cdot a \cdot x^3}{9} - \frac{8 \cdot a \cdot x}{9} - \frac{8 \cdot x^3}{9} + \frac{8}{9} \cdot x \right) dx = 0,2 \Rightarrow a = 1,9$.

c)

Wird der Radius um 50 % vergrößert, ...	D
Wird der Radius verdoppelt, ...	C

A	... so verdoppelt sich der Flächeninhalt.
B	... so steigt der Flächeninhalt auf das 1,5-Fache an.
C	... so vervierfacht sich der Flächeninhalt.
D	... so steigt der Flächeninhalt auf das 2,25-Fache an.

- d) $\mu = 2 \mu\text{m}$ (Extremstelle) und $\sigma = 0,01 \mu\text{m}$ (Entfernung Extremstelle – Wendestelle)
Toleranzbereich für σ : $[0,005 \mu\text{m}; 0,015 \mu\text{m}]$



Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 2 Algebra und Geometrie
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 4 Analysis
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren, C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren, B Operieren und Technologieeinsatz
- c) —
- d) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht
- d) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 1
- d) 2

Thema: Design

Quellen: —