Luftdruck (1)

Aufgabennummer: A_003

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Die Beziehung zwischen dem Luftdruck p und der Höhe h lässt sich bei konstanter Temperatur mit der folgenden Funktion beschreiben:

$$p(h) = a \cdot e^{-\lambda \cdot h} \quad \ldots \quad a, \lambda \in \mathbb{R}^+$$

$p(h)$ … Luftdruck in der Höhe h in Hektopascal (hPa)
h … Höhe in Metern (m)

Villach liegt 501 m über dem Meeresspiegel (ü. d. M.). Man misst dort einen durchschnittlichen Luftdruck von p = 962 hPa.
In der Nähe von Villach erhebt sich der Dobratsch auf eine Höhe von 2 167 m ü. d. M. mit einem durchschnittlichen Luftdruck von 790 hPa auf dem Gipfel.
Der Gipfel des Mount Everest liegt auf 8 850 m ü. d. M. Es herrscht dort im Durchschnitt ein Druck von 326 hPa.

Empfehlung:
Wählen Sie bei dieser Aufgabe das Koordinatensystem so, dass für Villach h = 0 m gilt.

a) – Interpretieren Sie, was die gegebene Funktion über den Zusammenhang von Luftdruck und Höhe aussagt.
– Beschreiben Sie die Bedeutung der Parameter a und λ.

b) – Berechnen Sie aus den vorliegenden Messwerten von Villach und dem Dobratsch die Funktionsgleichung für den Druck p.
– Überprüfen Sie die Qualität dieser Näherung mithilfe des Messwerts auf dem Mount Everest und geben Sie den Unterschied an.

c) Ein anderes Rechenmodell beschreibt den Luftdruck p in Abhängigkeit von der Höhe h näherungsweise mit der folgenden quadratischen Funktion:

$$p(h) = 4{,}87 \cdot 10^{-6}h^2 - 0{,}11h + 962$$

h = 0 m entspricht der Höhe von Villach (501 m ü. d. M.).

– Zeichnen Sie den Funktionsgraphen für Höhen von 0 bis 20 000 m.
– Erklären Sie, warum diese Näherungsfunktion ab $h \approx$ 11 300 m nicht mehr gültig ist.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Erklärung zur Aussage der Funktion:

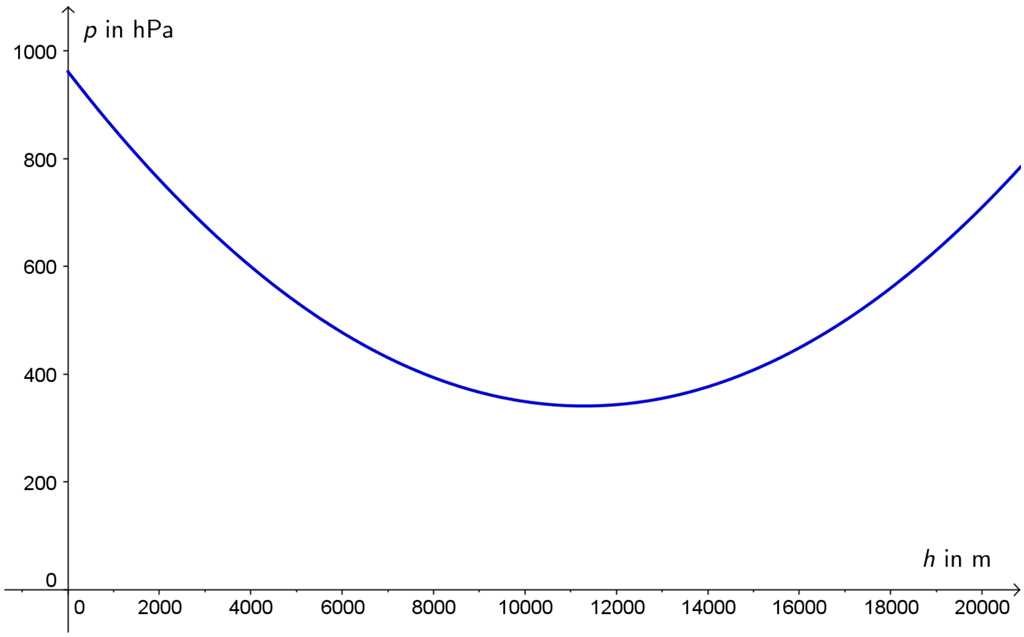
Der Druck nimmt mit der Höhe exponentiell ab. Das bedeutet, dass der Luftdruck mit jedem zusätzlichen Höhenmeter um den gleichen Prozentsatz abnimmt.

a bedeutet jenen Druck, der bei $h = 0$ m herrscht.
Das negative Vorzeichen vor λ definiert eine Abnahme der Funktionswerte mit steigenden h-Werten.
Für $\lambda > 0$ ist $e^{-\lambda \cdot h}$ eine fallende Exponentialfunktion. Je größer λ ist, umso stärker fällt der Druck.

b) $h = 0 \Rightarrow p = 962$
$962 = p(0) = a$
$790 = 962 \cdot e^{-\lambda \cdot 1666}$
$\lambda \approx 1{,}18 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^{-1}$
$p(h) = 962 \cdot e^{-0{,}000118 \cdot h}$
Für den Mount Everest ergibt die Rechnung einen Druck von $p \approx 358$ hPa, die Abweichung vom Messwert ist ca. 32 hPa.

Es können auch andere Rechenansätze zur richtigen Lösung führen.

c)



Bei $h \approx 11\,300$ m liegt das Minimum der Funktion. Die Näherungskurve eignet sich nach dem Minimum nicht mehr, denn ab diesem Punkt steigt die Kurve, das würde bedeuten, dass der Druck in sehr großen Höhen zunehmen würde.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 3 Funktionale Zusammenhänge
c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

a) D Argumentieren und Kommunizieren
b) C Interpretieren und Dokumentieren
c) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) mittel
c) mittel

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 2

Thema: Physik

Quellen: –