

Intelligente Brille

Aufgabennummer: B_144

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

Eine technische Innovation – die intelligente Brille – soll auf den Markt kommen. Es werden die Zusammenhänge zwischen Stückpreis, Nachfrage und Erlös untersucht.
 Der Absatz wird in Mengeneinheiten (ME) angegeben: 1 ME = 10 000 Brillen.
 Geldbeträge werden in Geldeinheiten (GE) angegeben: 1 GE = € 1.000.000.

- a) Das Unternehmen, das die intelligente Brille zuerst auf den Markt bringt, kann für eine gewisse Zeit als Monopolanbieter auftreten. Für den Zusammenhang zwischen dem Verkaufspreis und der Nachfrage gilt:

$$p(x) = 0,2 \cdot x^2 - 1,3 \cdot x + 2 \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 2,5$$

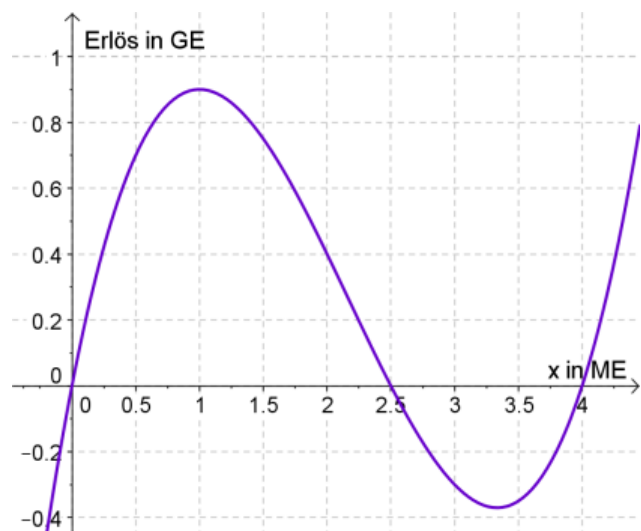
x ... Menge in ME

$p(x)$... Nachfragepreis von x ME in GE/ME

- Berechnen Sie den Stückpreis einer Brille in Euro bei einem Absatz von 20 000 Brillen.
- Dokumentieren Sie, wie man den Höchstpreis bestimmen kann.
- Berechnen Sie diejenige Menge, bei der der Markt gesättigt ist.

- b) In der nebenstehenden Abbildung ist ein Funktionsgraph angegeben, der für die Beschreibung des Erlöses in Frage kommt.

- Argumentieren Sie, welcher Definitionsbereich im Sachzusammenhang sinnvoll ist.
- Lesen Sie den Wert für den maximalen Erlös ab.
- Ermitteln Sie mithilfe der Abbildung die mittlere Änderungsrate des Erlöses, wenn der Absatz von 5 000 auf 10 000 Brillen ansteigt.



- c) Von der intelligenten Brille werden in der ersten Woche 0,1 ME abgesetzt. Der Gesamtumsatz verdoppelt sich alle 4 Wochen.
- Erstellen Sie ein den Angaben entsprechendes exponentielles Modell.
 - Berechnen Sie, in welcher Woche ein Gesamtumsatz von 20 000 Brillen überschritten wird.
 - Berechnen Sie, wie viele Brillen nach diesem Modell insgesamt nach 2 Jahren verkauft werden.
 - Erklären Sie, warum sich das Modell des exponentiellen Wachstums langfristig gesehen nicht für eine Prognose von Verkaufszahlen eignet.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) $p(2) = 0,2 \text{ GE/ME} = \text{€ } 20 \text{ pro Brille}$

Der Höchstpreis ist der Funktionswert der Preis-Absatz-Funktion an der Stelle null.
Man setzt daher $x = 0$ in die gegebene Gleichung $p(x)$ ein.

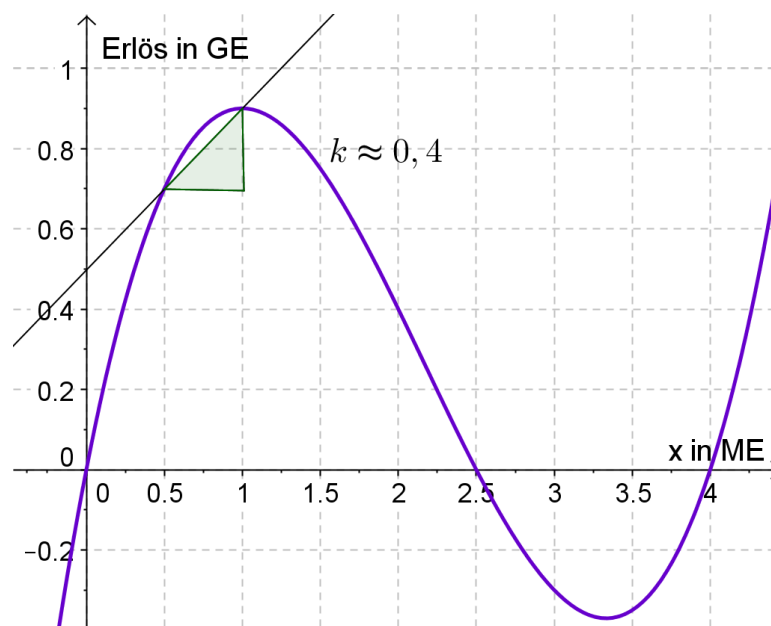
$0,2 \cdot x^2 - 1,3 \cdot x + 2 = 0 \dots$ Nullstelle der Preis-Absatz-Funktion = Sättigungsmenge

$$x_1 = 2,5 \text{ ME}$$

($x_2 = 4 \text{ ME}$ nicht in der angegebenen Definitionsmenge)

Die Sättigung des Marktes wird bei 25 000 Brillen erreicht.

- b) Der sinnvolle Definitionsbereich liegt im Intervall $[0; 2,5]$ in ME.
Absatzmengen über 2,5 ME führen zu einem negativen Erlös. Der Erlös kann nicht negativ, sondern höchstens gleich null werden.



Der maximale Erlös beträgt ca. 0,9 GE, d. h. € 900.000.

(Vertretbare Ableseungenauigkeiten von ca. 0,05 GE werden toleriert.)

In die gegebene Abbildung wird die Sekante zwischen $x = 0,5$ und $x = 1$ eingezeichnet.

Die mittlere Änderungsrate des Erlöses entspricht dem Anstieg der Sekante: $k \approx 0,4 \text{ GE/ME}$.

Wenn der Absatz von 5 000 auf 10 000 Brillen steigt, dann nimmt der Erlös pro Brille um durchschnittlich € 40 zu.

$$c) \quad n(t) = n(0) \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

t ... Zeit in Wochen

$n(t)$... Gesamtabsatz t Wochen nach Verkaufsstart in Stück

$$2 = 1 \cdot e^{4 \cdot \lambda} \Rightarrow \lambda = 0,1732... \approx 0,173$$

$$n(t) = 0,1 \cdot e^{0,173 \cdot t}$$

$$2 = 0,1 \cdot e^{0,173 \cdot t}$$

$$t \approx 17,29$$

Ungefähr zu Beginn der 18. Woche würde man nach diesem Modell 20 000 Brillen verkaufen.

Nach diesem Modell verkaufte Brillen nach 2 Jahren = 104 Wochen: 67,1 Milliarden Brillen.

Das exponentielle Modell steigt langfristig zu stark progressiv an und ist unbeschränkt, daher beschreibt es die Verkaufszahlen für einen großen Zeitraum nicht gut.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 4 Analysis
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) D Argumentieren und Kommunizieren
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren, B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 3
- c) 4

Thema: Wirtschaft

Quellen: <http://socialmedia24.eu> und <http://www.netzwelt.de> (Stand: jeweils 11.6.2013)