Hefepilze

Aufgabennummer: A_030

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

In einer Petrischale (kreisrunde Glasschale mit ebenem Boden) wird eine Hefekultur angesetzt.

Die mit Hefepilzen bedeckte Fläche wächst abhängig von der Zeit t und lässt sich durch die folgende Funktionsgleichung beschreiben:

$$A(t) = c \cdot \frac{e^{a \cdot t}}{e^{a \cdot t} + 80}$$

$A(t)$ … Größe der mit Hefepilzen bedeckten Fläche in cm² in Abhängigkeit von der Zeit t
t … Zeit in Stunden (h)

a) Zu Beobachtungsbeginn $t = 0$ h ist in der Schale eine Fläche von 1 cm² mit Hefepilzen bedeckt. Nach 24 Stunden hat sich die bedeckte Fläche auf 9 cm² vergrößert.
Bestimmen Sie die Parameter c und a.

b) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen für c = 40 cm² und a = 0,1 pro h im Intervall t = [0 h;100 h].
Interpretieren Sie anhand der Grafik die Bedeutung des Parameters c.

c) Erklären Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung denjenigen Zeitpunkt berechnet, zu dem die mit Hefepilzen bedeckte Fläche in der Schale am schnellsten zunimmt.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

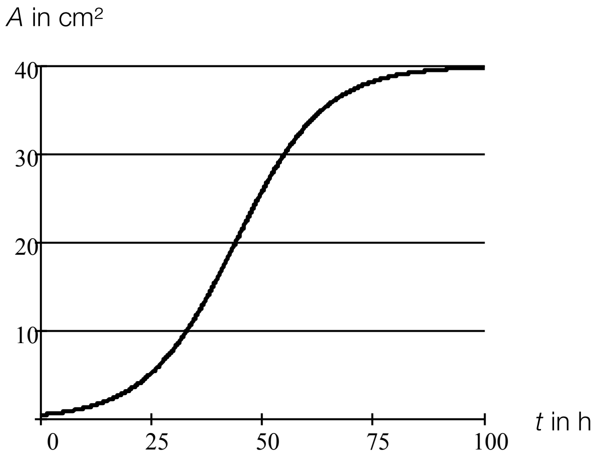
a) Die Gleichung $A(0) = 1$ wird gelöst:

$$1 = c \cdot \frac{e^{a \cdot 0}}{e^{a \cdot 0} + 80} \rightarrow c = 81 \text{ cm}^2$$

Die Zuordnung $A(24) = 9$ und der Wert von $c = 81$ werden in die Funktionsgleichung eingesetzt und die Exponentialgleichung wird gelöst:

$$9 = 81 \cdot \frac{e^{24a}}{e^{24a} + 80} \rightarrow a = 0{,}096 \text{ h}^{-1}$$

b)



Aus der Grafik liest man $c = 40$ cm² als diejenige Fläche ab, über die die Hefepilze nicht hinauswachsen. (c ist demnach der Grenzwert der Funktion f, wenn t gegen unendlich strebt.)

c) Es handelt sich bei der Aufgabenstellung um die Ermittlung der maximalen Wachstumsgeschwindigkeit. Die Funktion für die Wachstumsgeschwindigkeit erhält man allgemein als Ableitung der Funktion A.
Den Zeitpunkt der maximalen Wachstumsgeschwindigkeit kann man daher über das Nullsetzen der 2. Ableitung von A berechnen.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 3 Funktionale Zusammenhänge
c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) 2 Algebra und Geometrie
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) C Interpretieren und Dokumentieren
c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

a) –
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) –

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) leicht
c) mittel

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 2

Themen: Chemie, Biologie

Quellen: –