

Blutkreislauf*

Aufgabennummer: A_227

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Blut versorgt die Organe des menschlichen Körpers mit Sauerstoff. Das Herz pumpt das Blut in einem Kreislaufsystem durch den Körper.

- a) Im Blut gibt es 3 verschiedene Arten von Blutzellen. Ein erwachsener Mensch hat ca. 5 Liter Blut im Körper. Diese 5 Liter enthalten ca. $25 \cdot 10^{12}$ rote Blutkörperchen, ca. $15 \cdot 10^{11}$ Blutplättchen und ca. $3 \cdot 10^{10}$ weiße Blutkörperchen.
- Berechnen Sie, wie viele Blutzellen (rote Blutkörperchen, Blutplättchen und weiße Blutkörperchen zusammen) sich in 1 Kubikmillimeter Blut befinden.
- b) Die Pumpleistung des Herzens (in Litern pro Minute) kann in Abhängigkeit vom Alter (in Jahren) annähernd durch eine lineare Funktion P beschrieben werden. Sie beträgt bei 20-jährigen Personen 5 Liter pro Minute und bei 70-jährigen Personen 2,5 Liter pro Minute.
- Stellen Sie eine Funktionsgleichung von P auf.
 - Interpretieren Sie den Wert der Steigung dieser linearen Funktion im gegebenen Sachzusammenhang.

* ehemalige Klausuraufgabe

- c) Betrachtet man den Querschnitt eines Blutgefäßes vereinfacht als Kreis, so lässt sich die Strömungsgeschwindigkeit des Blutes in Blutgefäßen näherungsweise durch die Funktion v beschreiben:

$$v(x) = v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) \text{ mit } 0 \leq x \leq R$$

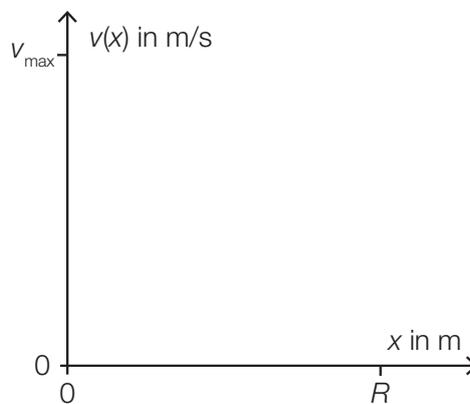
x ... Abstand von der Mitte des Blutgefäßes in Metern (m)

$v(x)$... Strömungsgeschwindigkeit des Blutes im Abstand x in m/s

v_{\max} ... maximale Geschwindigkeit des Blutes in Metern pro Sekunde (m/s) mit $v_{\max} > 0$

R ... Radius des Blutgefäßes in m

- Skizzieren Sie den Graphen dieser Funktion v in der nachstehenden Abbildung.



Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Umwandlung: $5 \text{ L} = 5 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$
 Blutzellen in $5 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$: $25 \cdot 10^{12} + 15 \cdot 10^{11} + 3 \cdot 10^{10} = 2,653 \cdot 10^{13}$
 Anzahl der Blutzellen pro mm^3 : $\frac{2,653 \cdot 10^{13}}{5 \cdot 10^6} = 5,306 \cdot 10^6$

In 1 Kubikmillimeter Blut befinden sich rund 5,3 Millionen Blutzellen.

- b) $P(t) = k \cdot t + d$

t ... Alter in Jahren

$P(t)$... Pumpleistung des Herzens im Alter t in Litern pro Minute

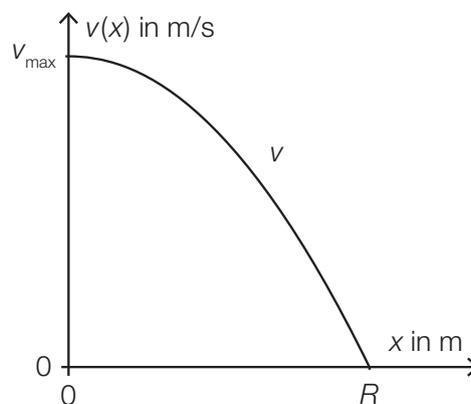
$$k = -\frac{2,5}{50} = -0,05$$

$$d = 5 - (-0,05) \cdot 20 = 6$$

$$P(t) = -0,05 \cdot t + 6$$

Pro Lebensjahr nimmt die Pumpleistung des Herzens um 0,05 Liter pro Minute ab.

- c)



Lösungsschlüssel

- a) 1 × B1: für die richtige Umwandlung von 5 Litern in mm^3
 1 × B2: für die richtige Berechnung der Anzahl der Blutzellen pro mm^3
- b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung
 1 × C: für die richtige Interpretation des Wertes der Steigung im gegebenen Sachzusammenhang
- c) 1 × A: für das richtige Skizzieren des Funktionsgraphen (Graph einer nach unten offenen quadratischen Funktion mit den richtigen Funktionswerten an den Stellen 0 und R)